# Олимпиада «Росатом» по математике

## 10 класс, 2022 год

**1.** Класс разделили на две команды «Знайки» и «Незнайки» и стали играть в игру «Вопросы и ответы». Правила игры простые: каждый игрок команды должен уметь задать по выбранной теме вопрос любому игроку другой команды и дать ответ на вопрос противника к нему адресованный. Учитель оценивает качество вопросов и ответов. В результате игры каждый член команды «Знайки» принял участие в игре ровно три раза (в форме вопроса или ответа), а каждый игрок команды «Незнайки» только два. Сколько учеников в классе, если на обед ходили 21 ученик, а парт в классе 14? (за партой могут сидеть не более двух учеников)

25 учеников

**2.** Решить уравнение

$$f(x) = \sqrt{3} \cdot g(x),$$

для $f(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x + ... + \sin 2021x$ и $g(x) = \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \ldots + \cos 2021x$.

$x_1 = \frac{1}{1011}\left(\frac{\pi}{3} + \pi m\right), m \in \mathbb{Z}$; $x_2 = \frac{\pi m}{1011}, m \in \mathbb{Z}, m \neq 1011k, k \in \mathbb{Z}$

**3.** Сколько существует различных троек натуральных чисел $a$, $b$, $c$, для которых $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{2}$? (тройки, отличающиеся порядком следования элементов, считаются различными)

46

**4.** Сколько существует треугольников с периметром 200, длины сторон которых целые числа?

833 треугольника

**5.** Основание $AD$ параллелограмма $ABCD$ разбито точками $M_1$, $M_2$, …, $M_9$ на десять равных частей. Прямые $BM_1$, $BM_2$, …, $BM_9$ пересекают диагональ $AC$ в точках $N_1$, $N_2$, …, $N_9$ соответственно. Найти длину седьмого по счету от вершины $A$ отрезка разбиения диагонали этими точками, если длина диагонали равна 136.

$N_6N_7 = 5$