

Олимпиада «Росатом» по математике

10 класс, 2022 год

1. Класс разделили на две команды «Знайки» и «Незнайки» и стали играть в игру «Вопросы и ответы». Правила игры простые: каждый игрок команды должен уметь задать по выбранной теме вопрос любому игроку другой команды и дать ответ на вопрос противника к нему адресованный. Учитель оценивает качество вопросов и ответов. В результате игры каждый член команды «Знайки» принял участие в игре ровно три раза (в форме вопроса или ответа), а каждый игрок команды «Незнайки» только два. Сколько учеников в классе, если на обед ходили 21 ученик, а парт в классе 14? (за партой могут сидеть не более двух учеников)

25 учеников

2. Решить уравнение

$$f(x) = \sqrt{3} \cdot g(x),$$

для $f(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin 2021x$ и $g(x) = \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos 2021x$.

$$\mathbb{Z} \ni x, \pi/101 \neq x, \mathbb{Z} \ni x, \frac{\pi/101}{\sin x} = \pi x, \mathbb{Z} \ni x, (\sin x + \frac{\pi}{x}) \frac{\pi/101}{1} = \pi x$$

3. Сколько существует различных троек натуральных чисел a, b, c , для которых $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$? (Тройки, отличающиеся порядком следования элементов, считаются различными.)

46

4. Сколько существует треугольников с периметром 200, длины сторон которых целые числа?

833 треугольника

5. Основание AD параллелограмма $ABCD$ разбито точками M_1, M_2, \dots, M_9 на десять равных частей. Прямые BM_1, BM_2, \dots, BM_9 пересекают диагональ AC в точках N_1, N_2, \dots, N_9 соответственно. Найти длину седьмого по счету от вершины A отрезка разбиения диагонали этими точками, если длина диагонали равна 136.

136/10 = 13.6