

Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2020 год, комплект 1

1. Трасса для автомобильных гонок содержит три участка: шоссейный, грунтовый и грязевой. Скорость движения двух автомобилей, участвующих в гонке, на каждом участке трассы одинаковая, равная 160, 60 и 20 км/час соответственно. Отчет времени пошел в тот момент, когда красный автомобиль находился на шоссе в 400 м впереди белого автомобиля, а он в этот момент пересекал линию старта в начале шоссейного участка. Найти расстояние между автомобилями в моменты времени, когда оба они находились на грунтовом участке трассы. Найти расстояние между автомобилями в момент, когда они оба находились на грязевом участке трассы.

150 м

2. Найти девять натуральных чисел, кратных шести, среди которых ни одно число не кратно другому, но куб каждого числа кратен квадрату любого из них.

3. Ненулевые целые числа a , b , c являются тремя последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Все шесть квадратных уравнений, коэффициентами которых являются числа a , b , c , взятые в произвольном порядке, имеют два корня. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение разности прогрессии и соответствующие ей числа a , b , c .

4. В тетради написаны n целых чисел, упорядоченных по убыванию $a_1 > a_2 > \dots > a_n$ и имеющих сумму 120. Известно, что k -ое по порядку написанное число a_k , кроме последнего, полученного при $k = n$, в $(k + 1)$ раз меньше суммы всех остальных написанных чисел. Найти максимальное число n возможное при этих условиях. Найти эти числа для максимально возможного n .

5. В треугольнике ABC проведены срединные перпендикуляры к сторонам AB и AC , пересекающие прямые AC и AB в точках N и M соответственно. Длина отрезка NM равна длине стороны BC треугольника. Найти угол при вершине A треугольника.

120 или 69
