

Олимпиада «Росатом» по математике

7 класс, 2020 год

1. Компания «Рельс» занимается перевозкой пассажиров по железной дороге между городами A и B . В планах компании осуществлять перевозки в следующем режиме:

1. в начале каждого часа суток из городов A и B навстречу друг другу отправляются два состава, которые прибывают в конечный пункт спустя 6 часов;
2. после 3-часовой стоянки на запасных путях состав опять отправляется в путь.

Сколько составов нужно закупить компании, чтобы осуществить свои планы?

18 составов

2. Каждое из четырех чисел 2, 4, 12, 32 являются суммой, разностью, произведением и частным двух натуральных чисел. Найти эти числа.

3. Представить число 2021 в виде суммы или разности квадратов трех целых чисел. Доказать, что любое целое число можно представить в виде суммы или разности квадратов четырех целых чисел.

4. Решить систему

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0, \\ x^2 + z^2 - 4x - 6z = 0, \\ y^2 + z^2 + 2y - 6z = 0. \end{cases}$$

(0; 0; 0), (0; -2; 0), (0; 0; 0), (0; 0; 6), (0; -2; 6), (4; 0; 0), (4; -2; 0), (4; 0; 6), (4; -2; 6)

5. На плоскости нарисованы 81 отрезков, длиной 1; 2; ..., 81 соответственно. Петя сделал попытку собрать из всех отрезков замкнутую ломаную линию в форме параллелограмма. К своему удивлению, он не смог это сделать (объясните почему?). Выбросив часть отрезков, он смог выложить на плоскости параллелограмм. Найти наибольшее возможное значение его периметра.