

## Олимпиада «Росатом» по математике

## 10 класс, 2020 год комплект 2

1. Петя и Вова хотят переправиться на другой берег реки шириной 200 (м). У них есть маленькая резиновая лодка, в которой может плыть только один человек со скоростью 40 (м/мин). Начали переправу одновременно: Петя на лодке, Вова — вплавь. В какой-то момент времени Петя покинул лодку и поплыл дальше самостоятельно, а Вова, догнав лодку, завершил переправу на ней. Петя плавает со скоростью 20, Вова — 30 (м/мин). Какое расстояние должен проплыть на лодке Петя, чтобы время совместной переправы оказалось минимальным? (время перехода в лодку и течение реки не учитывать).

150 м

2. Решить неравенство:

$$\sin(\sin 2x + \cos 2x - 1) \geq \sin x(\sin x - \cos x).$$

$$\mathbb{Z} \ni x, k, \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi k$$

3. Сократимая, обыкновенная дробь  $\frac{p}{q}$  при прибавлении к числителю и знаменателю 7 возросла в три раза. Найти  $p$  и  $q$ , если известно, что  $\text{НОД}(p, q) = 2$ .

$$14 = b, 2 = d$$

4. При каком натуральном  $n$  дробь

$$a_n = \frac{1}{n + \frac{2019}{n + \frac{1}{n}}}$$

принимает наибольшее возможное значение?

5. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекающиеся в точке  $O$ . Угол  $DOC$  равен  $58^\circ$ . Найти углы треугольника  $ABC$ , если известно, что точки  $D, O, E$  и  $C$  лежат на одной окружности.

$$59^\circ, 64^\circ, 60^\circ$$