

## Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2019 год

1. В норе лисы проделаны ходы-туннели в форме сторон квадрата и его диагоналей. Лиса движется по ним не оборачиваясь, с постоянной скоростью, пробегая сторону квадрата за 6 сек. Фокстерьер, проникнув в нору, может двигаться по ней со скоростью на 20% большей, чем лиса и по ходу движения может видеть весь прямолинейный участок туннеля, в котором находится. Менять направление движения и останавливаться каждый из них может мгновенно, но только в вершинах квадрата или его центре. Существует ли стратегия передвижения собаки по туннелям, при которой она всегда догонит лису, независимо от того как та будет двигаться по норе? Оценить время погони. Задача математическая, поэтому лиса и собака — точки, ходы — отрезки прямых.
2. Натуральное число  $a$  раскладывается в произведение трех различных простых делителей. Сумма всех его делителей, включая единицу и  $a$ , равно 72. Найти число  $a$ .
3. Квадратный трехчлен  $y = ax^2 + bx + c$  имеет корень  $x = 1$ . Если его коэффициенты увеличить на единицу, то он будет иметь корень  $x = 2$ . Если еще раз увеличить коэффициенты на единицу, то среди его корней будет  $x = 3$ . Найти квадратный трехчлен.
4. Мастер работал с плиткой в форме прямоугольника  $a \times b$ , длины сторон которого  $a$  и  $b$  — целые числа, причем  $1 < \frac{b}{a} < 2$ . Ему удалось, не разрезая плиток, уложить ею две прямоугольные стены размерами  $70 \times 66$  и  $102 \times 39$ . Найти  $a$  и  $b$ . Сколько плиток при этом было использовано?
5. Гипотенуза  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с катетами 3 и 4 является стороной расположенного во вне прямоугольника  $ABDE$ , вторая сторона которого равна 2. Биссектриса прямого угла треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $DE$  в точке  $M$ . В каком отношении точка  $M$  делит отрезок  $DE$ ?