

Олимпиада «Росатом» по математике

8 класс, 2019 год

1. В доме 80 комнат, объединенных в 45 квартирах: однокомнатных, двухкомнатных и трехкомнатных. Число двухкомнатных квартир не менее, чем на 50% превышает число трехкомнатных, а количество однокомнатных больше двухкомнатных не менее, чем на 30%. Сколько двухкомнатных квартир в доме?
2. Саша, Маша и Даша ели конфеты. Саша вместе с Машей съели бы все конфеты в два раза быстрее, чем смогла бы это сделать Даша в одиночку. За то Маша вместе с Дашей смогли бы съесть конфеты в три раза быстрее, чем сделала бы это Саша одна. Во сколько раз быстрее съели бы они конфеты всей компанией, чем могла бы это сделать одна Даша?
3. Сколько существует различных пар целых чисел x, y , являющихся делителями числа 540, для которых $\text{НОД}(x, y) = 2$? Пары $(x; y)$ и $(y; x)$ считать одной парой.
4. Длины оснований трапеции равны 108 и 72. Трапеция разрезается на равные треугольники прямыми, параллельными его сторонам. Длина хотя бы одной стороны треугольника — целое число. Найти наименьшее возможное число таких треугольников.
5. На пути луча L на плоскости возникло препятствие в форме прямоугольника (см. рис). С помощью циркуля и линейки без делений необходимо достроить воображаемый путь луча вне препятствия (после того, как луч прошел бы сквозь препятствие, не изменив направления). Разрешается производить построения только вне препятствия или на его границе. Все необходимые для этого размеры a, b и угол α — известны.

