

## Олимпиада «Росатом» по математике

7 класс, 2017 год

1. Половина учеников класса отличники и хорошисты, одна четверть — троечники, одна седьмая — двоечники. Помимо них в классе учатся еще и второгодники, но их не более 5. Сколько учеников в классе?
2. Сколько существует у числа  $a = 441000 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$  различных делителей, не кратных 15? Найти наибольший такой делитель.
3. Сколько существует различных несократимых дробей вида  $p/q$ :  $p > 0$ ,  $0 < q \leq 5$ ,  $p \neq q$ ,  $p, q \in \mathbb{Z}$  для которых  $\frac{p-1}{q} < \frac{p}{q+1}$ ? Указать наименьшую такую дробь.
4. Обозначим через  $[a]$  целую часть числа  $a$ , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Область  $D$  на плоскости содержит точки  $M(x; y)$ , для которых координаты  $x, y$  удовлетворяют уравнению  $2[x+1] + 3[y+2] = 13$  и условию  $x \in [-2; 3]$ . Нарисовать область  $D$  на координатной плоскости и найти ее площадь.
5. На плоскости расположены 10 прямых так, что никакие две из них не параллельные. Три из них проходят через одну точку. Сколько различных треугольников можно нарисовать на плоскости так, чтобы их стороны лежали на заданных прямых?