

## Олимпиада «Росатом» по математике

10 класс, 2017 год

1.  $a_n$  — арифметическая прогрессия,  $p_n(x) = a_n x^3 - (a_n + 1)x^2 - (6a_n - 1)x + 6$  — многочлен, для которого  $p_n(2) = -16n - 4$  для всех натуральных  $n$ . Найти сумму корней уравнения  $p_5(x) \cdot p_6(x) \cdot p_7(x) = 0$ .

2. Члены последовательности  $x_n$  являются решениями уравнения

$$F_n(x) = \underbrace{f(f(f \dots (f(x)) \dots))}_n = 0$$

для всех  $n \geq 1$ . Написать формулу общего члена последовательности и найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ , если  $f(x) = 2x - 3$ .

3. Найти координаты точки  $M$ , наименее удаленной от начала координат и лежащей на параболе  $y = x^2 - 4x + 3,5$ .

4. При каких целых  $n$  выражение  $6 \sin \frac{5\pi n}{12} + \sin \frac{5\pi n}{4}$  принимает наибольшее возможное значение?

5. Точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  расположены на сторонах квадрата со стороной  $a > 5$  так, что отрезки  $MN$  и  $PQ$  не пересекаются и имеют длины 3 и 5 соответственно. Найти наименьшее возможное значение расстояния между серединами этих отрезков.