

**Олимпиада «Росатом» по математике****9 класс, 2016 год**

1. В летнем лагере в первую смену отдыхали 57 школьников. За время отдыха 27 ребят читали книги, 25 — ловили рыбу, 26 — собирали грибы, при этом каждый школьник принял участие хотя бы в одном из этих дел. Известно, что 9 из читающих ребят собирали грибы, 8 грибников успели сходить на рыбалку. Сколько ребят читали книги, ходили на рыбалку, но не собирали грибы? Какое максимальное число ребят могли, при этих условиях, собирать грибы, но не читать книг и не ловить рыбу.

2. При каких  $a$  уравнение  $P(x^2) = P(x)$ , где  $P(x) = ax^2 - 3x + 5$  имеет ровно три различных решения?

3. Найти целые, положительные числа  $x$  и  $y$ , для которых  $x + y = 12$  и

$$x \cdot \text{НОД}(x, y) = \text{НОК}(x, y).$$

4. Найти наименьшее возможное значение выражения  $x_1^2 + x_2^2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  — действительные корни уравнения  $4x^2 + 4(a + 2)x + 6a + 7 = 0$ .

5. Точка  $M$  расположена на стороне  $CD$  прямоугольника  $ABCD$  так, что  $CM : MD = 1 : 2$ . На отрезке  $AM$  выбрана точка  $N$  так, что  $AN : NM = 3 : 1$ . Прямая  $DN$  пересекает отрезок  $MB$  в точке  $P$ . Найти отношение  $MP : PB$ .