

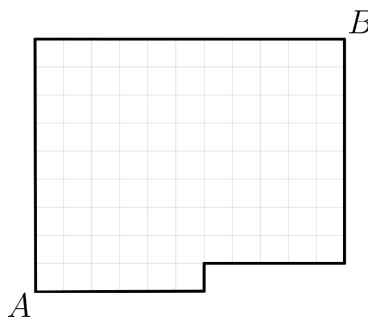
Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2025/26 год, онлайн-этап, вариант 2

1. Фишка покрашена в два цвета. Одна сторона — в красный, другая — в синий. На стол положили красной стороной вверх 100 фишек. Вася перевернул 55 фишек, затем Коля перевернул 68 фишек, наконец, Петя перевернул 77 фишек. Оказалось, что теперь все фишки лежат синей стороной вверх. Сколько фишек переворачивали все трое ребят?

8886

2. Сколькими способами можно добраться от точки A до точки B по линиям сетки, расположенным внутри или на границе представленной на рисунке фигуры, если разрешено двигаться только вправо или вверх?



167245

3. Найдите количество пар таких натуральных чисел a и b , что a — трёхзначное, b — четырёхзначное, в своей записи они не содержат нулевых цифр, а их произведение делится на 15.

557685

4. Вася записал в тетрадь 40 ненулевых чисел (среди которых могут быть равные), а затем дописал к ним ещё 40 чисел, вычтя из квадрата каждого исходного числа сумму остальных исходных чисел. Какое наибольшее число отрицательных чисел среди всех 80 выписанных чисел могло получиться у Васи?

78

5. В параллелограмме $ABCD$ выполняется соотношение $BC = 3AB$. Биссектрисы углов BAD и ABC пересекают прямую CD в точках P и Q соответственно. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $PQ = 5$.

8

6. Найдите количество способов расставить 150 монет попарно различных номиналов в ряд так, чтобы нашлось не более двух пар монет (не обязательно соседних), для которых монета, стоящая правее, имеет больший номинал.

11324

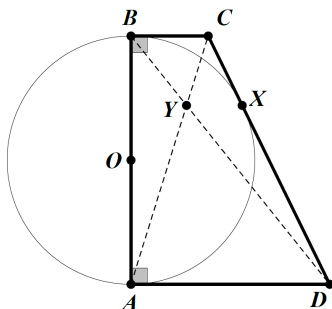
7. Для некоторых различных чисел x и y выполняются равенства

$$x^2 - y^2 = 15(x - y) \quad \text{и} \quad x^3 - y^3 = 225(x - y).$$

При каком наибольшем k может выполняться равенство $x^7 - y^7 = k(x^4 - y^4)$?

3288

8. На приведённом чертеже $ABCD$ — прямоугольная трапеция, основания BC и AD которой равны a и b соответственно, а O — центр окружности, касающейся стороны CD . Найдите расстояние между точками X и Y .



$\frac{a+b}{9a}$

9. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и y удовлетворяют равенствам:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - 517 - 256y + 96y^2 = 0$$

и

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \frac{1}{x_5} + 763 - 16y^3 + y^4 = 0.$$

Какое наибольшее значение может принимать y ?

4

10. Двести школьников собирают наклейки, среди которых есть наклейки редких видов. Оказалось, что у каждого школьника есть наклейки ровно двух редких видов, и для каждого редкого вида наклеек найдётся школьник, у которого есть наклейка такого вида. Также известно, что каких бы 10 школьников ни взять, найдётся редкий вид наклеек такой, что его нет ни у кого из этих 10 школьников. При каком наименьшем количестве редких видов наклеек такая ситуация возможна?

12