

## Олимпиада «Физтех» по математике

### 9 класс, 2026 год, вариант 1

1. Даны квадратный трёхчлен  $f(x)$  и линейная функция  $\ell(x)$  такая, что  $\ell(1) = 2$ . Известно, что функция  $g(x) = f(\ell(x)) - \ell(f(x))$  принимает все действительные значения и  $g(0) = 5$ . Найдите  $f(1)$ , если  $f(0) = 7$ .

□ 11

2. Сколько 6-значных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 8 и 9, чтобы две из этих цифр использовать в записи числа по два раза, а остальные цифры — не более одного раза?

□ 00828

3. В четырёхугольник  $ABCD$  можно вписать окружность. Пусть точка  $\ell$  — центр этой окружности. Прямые  $a_C$  и  $a_D$ , проведённые соответственно через точку  $C$  параллельно  $BI$  и через точку  $D$  параллельно  $AI$ , пересекаются в точке  $P$ . Найдите  $\angle DPI$ , если  $\angle BCD = 100^\circ$ .

□ 009 = IDP7

4. Найдите количество упорядоченных пар натуральных чисел  $(a, b)$  таких, что  $\text{НОК}(a, b) = 16!$  и  $\text{НОД}(a, b) = 30$ .

□ 64

5. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AD$  и  $CE$ , которые пересекаются в точке  $H$ . Вокруг треугольника  $DHE$  описана окружность  $\omega$ . Касательные к  $\omega$  в точках  $D$  и  $E$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $AK$ , если радиус  $\omega$  равен 10 и  $\angle ABC = 60^\circ$ .

□ 8^01

6. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} |x| - |x - y| = 2x - y, \\ x^2 + y^2 + 8y = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения?

□ [0; 5/19) ∪ v

7. Решите систему

$$\begin{cases} \frac{x^7 + y^7}{z^3} + \frac{y^7 + z^7}{x^3} + \frac{z^7 + x^7}{y^3} = 2(xy)^2 + 2(yz)^2 + 2(zx)^2, \\ (\sqrt{yz} - 2)(\sqrt{zx} - 4) \leq 0. \end{cases}$$

□ [7; 7] ∩ [7; 7] ∩ z = n = x