

Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2026 год, вариант 2

1. Известно, что если уменьшить каждый из корней уравнения $x^2 + bx + c = 0$ на 3, полученные числа будут корнями уравнения $x^2 + cx + b = 0$. Каждый из четырёх корней этих двух уравнений увеличили на 1. Найдите произведение полученных четырёх чисел. (Сами числа b и c не даны.)

98-

2. Назовём число *забавным*, если в нём чередуются чётные и нечётные цифры. Сколькими способами можно заменить звёздочки на цифры в равенстве $2*** + 3*** = ****$ так, чтобы получилось верное равенство с тремя забавными четырёхзначными числами?

0001

3. Решите неравенство

$$\log_{x^2}(x^2 - x) + \log_{(x-1)^2}(x^2 - x) \geq \frac{9}{4}.$$

$$\left[\frac{7}{9^{\wedge} + 8} \right] \cap \left(1 - \left[\frac{7}{9^{\wedge} + 1} \right] \right) \ni x$$

4. В основании пирамиды $DABC$ лежит правильный треугольник ABC , угол ACD прямой. Сфера с диаметром BD пересекает повторно рёбра AD , AB и CD в точках E , F и G соответственно. Найдите объём пирамиды $EACF$, если $AB = \sqrt{2}$, $CD = \sqrt{3}$.

90'0

5. Решите уравнение

$$\cos 4x - 6\sqrt{2} \sin x - 4 \sin 2x + 6\sqrt{2} \cos x = 15.$$

$$\mathbb{Z} \ni 4^{\wedge} + 2\pi k; \frac{\pi}{2}$$

6. В треугольнике ABC угол $B = 60^\circ$, а точки D , E и F лежат на сторонах CA , AB и BC соответственно, причём $BE = ED = DF = FB = 10$. Отрезки AF и CE пересекаются в точке X . Найдите длину XA , если $XF = 4$.

17 = VAX

7. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x + \frac{y^2}{x} = \min \left(6 + \frac{8y}{x}; 8 - \frac{6y}{x} \right), \\ y = ax - 7a + 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$\left(\frac{8}{7} ; 1 \right] \cap \left[\frac{7}{8} ; 1 - \right) \ni a$$