

## Олимпиада «Физтех» по математике

### 11 класс, 2026 год, вариант 1

1. Пусть  $a, b, c$  — три попарно различных числа. Для каждой пары из чисел  $a, b$  и  $c$  выписывается приведённый квадратный трёхчлен, корнями которого является эта пара чисел. Обозначим полученные трёхчлены  $f_1, f_2, f_3$ . Найдите сумму  $S = a^2 + b^2 + c^2$ , если наименьшее значение трёхчлена  $f = f_1 + f_2 + f_3$  равно  $-1$ , а  $f(0) = 11$ . (Сами числа  $a, b$  и  $c$  не даны.)

14

2. Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр от 0, 1, 2, 3, 7, 8 и 9, чтобы две из этих цифр использовались в записи числа ровно по два раза, а каждая из остальных цифр — не более одного раза?

32408

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_x(5y - x) \cdot \log_y(5x - y) = 4, \\ \log_x(5x - y) + \log_y(5y - x) = 4. \end{cases}$$

$(\sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{3}), (\sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{3})$

4. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AN$ . Обозначим через  $Q$  точку пересечения продолжения высоты  $BP$  треугольника  $ABC$  за точку  $P$  с описанной около этого треугольника окружностью  $\omega$ . Найдите площадь треугольника  $BCQ$ , если  $BC = 24$ , углы  $\angle BNA$  и  $\angle BAC$  равны, а радиус окружности  $\omega$  равен 13.

216

5. Решите неравенство

$$\left(1 - \cos x \cos \frac{\pi}{8}\right)^2 - \sin^2 x \sin^2 \frac{\pi}{8} + \left(2 \sin 2x - \sqrt{2}\right)^2 \leq 0.$$

$\mathbb{Z} \ni \pi k, k \in \mathbb{Z}$

6. В четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  известны длины всех рёбер:

$$AB = BC = CD = DA = \sqrt{5}, SB = 2\sqrt{5}, SA = SC = 3\sqrt{5}, SD = 2\sqrt{10}.$$

Сфера  $\omega$  с диаметром  $SB$  пересекает грани пирамиды по множеству, состоящему из точки  $S$  и линии  $L$ , не содержащей точку  $S$ . Найдите длину линии  $L$ .

$4\sqrt{5} \arctan \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\pi}$

7. Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0, \\ y(|x| - |x - a| - a) = 2(x - a) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$\varepsilon \cap [1; \frac{7}{8}) \ni a$$