

Олимпиада «Физтех» по математике

10 класс, 2026 год, вариант 2

1. Известно, что если уменьшить каждый из корней уравнения $x^2 + bx + c = 0$ на 5, полученные числа будут корнями уравнения $x^2 + cx + b = 0$. Какое наименьшее значение может принимать произведение всех четырёх корней этих уравнений?

17-

2. Сумма пяти подряд идущих двузначных чисел является полным квадратом. Найдите все возможные значения суммы исходных чисел.

100, 225, 400

3. В научной лаборатории составляется план запуска решения задач на кластере. За 100 дней требуется сделать 10 запусков, а после каждого запуска, кроме последнего, кластер загружен только данной задачей в течение 7 дней, включая день запуска. При последнем запуске требуется обработать результаты всех предыдущих запусков, на что требуется 8 дней работы кластера, включая день последнего запуска. Сколькими способами сотрудники лаборатории могут выбрать дни запусков расчётов? Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

630

4. Высоты AA_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Луч BH пересекает окружность, описанную около треугольника ABC , в точке P . Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников AHP и CHP , если известно, что $BA_1 : BC_1 = 3 : 4$, а $AH : CH = 3 : 10$.

10

5. От пристани A к пристани B , расположенной от A вниз по течению, одновременно отправились лодка и байдарка. Километром ниже от A по течению к B отправился также плот. Если сложить времена движения лодки, байдарки и плота до пристани B , то получится 22 часа. Найдите расстояние между пристанями, если известно, что байдарка прибыла к B на 2 часа раньше лодки, скорости плота, лодки и байдарки являются тремя последовательными членами некоторой арифметической прогрессии, а скорость плота, скорость в стоячей воде лодки и скорость в стоячей байдарки — тремя последовательными членами некоторой геометрической прогрессии.

15 км

6. Угол A ромба $ABCD$ равен 60° . На продолжениях его сторон AB и AD за точки B и D взяты точки Q и P соответственно так, что прямая PQ проходит через точку C . Найдите длину отрезка BQ , если $DP = 10$, а $DQ : BP = 11 : 10$.

121

7. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x + \frac{y^2}{x} = \max\left(8 + \frac{6y}{x}; 6 - \frac{8y}{x}\right), \\ y = ax - 9a + 8 \end{cases}$$

имеет нечётное количество решений.

$$\left\{ \frac{11}{99\sqrt{72+5\sqrt{155}}}; \frac{7}{6}; 0 \right\} \cap \left[\frac{6}{16}; \frac{6}{7} \right] \ni a$$