

Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 4

1. Какого наибольшего значения может достигать y , если известно, что существует такое число x , что выполняется соотношение $x - 2\sqrt{x+7} = 2\sqrt{y+7} - y$?

81

2. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S , в которой $AB = 14\sqrt{42}$, $AS = 49\sqrt{6}$. Муравей пробежал по всем боковым граням пирамиды, начав путь в вершине A , и вернувшись в эту же вершину. Какой минимальный путь он мог проделать?

247

3. Найдите количество различных значений функции $f(x) = [15x] + [21x] + [35x] + [45x] + \left[\frac{4x}{3}\right]$ на отрезке $x \in [0; 75]$.

Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.

1099

4. У Олега есть конфеты 32 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

512

5. На трёх параллельных прямых ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 взяты точки A_1, A_2, A_3 соответственно, и при этом треугольник $A_1A_2A_3$ равнобедренный. Известно, что расстояние между прямыми ℓ_1 и ℓ_2 равно 3, расстояние между ℓ_1 и ℓ_3 равно 13, а расстояние между ℓ_2 и ℓ_3 равно 16. Найдите минимально возможную площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

43,5