

## Олимпиада «Физтех» по математике

## 11 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 4

1. Какого наибольшего значения может достигать  $y$ , если известно, что существует такое число  $x$ , что выполняется соотношение  $x - 2\sqrt{x+7} = 2\sqrt{y+7} - y$ ?

81

2. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ , в которой  $AB = 14\sqrt{42}$ ,  $AS = 49\sqrt{6}$ . Муравей пробежал по всем боковым граням пирамиды, начав путь в вершине  $A$ , и вернувшись в эту же вершину. Какой минимальный путь он мог проделать?

242

3. Найдите количество различных значений функции  $f(x) = [15x] + [21x] + [35x] + [45x] + \left[\frac{4x}{3}\right]$  на отрезке  $x \in [0; 75]$ .

Здесь  $[x]$  обозначает целую часть числа  $x$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ . Например,  $[1,7] = 1$ ,  $[-1,7] = -2$ .

1099

4. У Олега есть конфеты 32 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

512

5. На трёх параллельных прямых  $\ell_1, \ell_2, \ell_3$  взяты точки  $A_1, A_2, A_3$  соответственно, и при этом треугольник  $A_1A_2A_3$  равнобедренный. Известно, что расстояние между прямыми  $\ell_1$  и  $\ell_2$  равно 3, расстояние между  $\ell_1$  и  $\ell_3$  равно 13, а расстояние между  $\ell_2$  и  $\ell_3$  равно 16. Найдите минимально возможную площадь треугольника  $A_1A_2A_3$ .

43,5