

## Олимпиада «Физтех» по математике

8 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 3

1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом при вершине  $B$  проведены биссектрисы  $AP$  и  $CQ$ . Точки  $M$  и  $N$  — проекции точек  $Q$  и  $P$  на сторону  $AC$  соответственно. Найдите  $\angle BMN$ , если  $\angle CBN = 17^\circ$ . Ответ укажите в градусах.

79

2. У Васи есть карточки с числами 2000, 2001, ..., 2089, 2090 (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 3 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 4?

30363

3. Найдите количество пар натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих соотношению

$$\frac{5}{x} + \frac{20}{y} = \frac{1}{1260}.$$

525

4. Дана клетчатая прямоугольная доска размера  $20 \times 11$ ; её длинная сторона расположена горизонтально, а короткая — вертикально. За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами  $(1; 1)$ ) в правый верхний угол (клетка с координатами  $(20; 11)$ ), если нельзя перемещать фишку вверх два хода подряд?

184756

5. За круглый стол сели 30 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил своё число с числами на карточках соседей и сказал: «У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей». Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: «У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей»?

28