

Олимпиада «Физтех» по математике

10 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 3

1. Найдите сумму всевозможных пятизначных чисел A таких, что сумма остатков от деления чисел $3A$, $4A$, $5A$ на некоторую степень числа 10 равна 12 364.

1490319

2. Уравнение $25x^3 - 120x^2 + 156x + a = 0$ имеет три различных корня, которые образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения параметра a . Если их несколько, в ответ запишите наибольшее из них.

-44,8

3. Прямоугольный треугольник ABC ($\angle A = 90^\circ$) с катетами 51 и 70 вписан в окружность Γ . Пусть E и F — середины меньших дуг AB и AC описанной окружности. Вычислите длину части отрезка EF , попавшей внутрь треугольника ABC . Ответ округлите до сотых.

24,32

4. Найдите максимальное значение y , при котором существует ровно два значения переменной x , удовлетворяющих уравнению $\sqrt{6-y} + \sqrt{y+2} = x^4 - 8x^2 + 20$.

2

5. На декартовой плоскости имеется квадратный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 10)$, $(10; 0)$ и $(10; 10)$ и шар в точке $(3; 4)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(10; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

45