

Олимпиада «Физтех» по математике**10 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 2**

1. Точка M расположена внутри треугольника ABC ; точки H_1, H_2, H_3 — её проекции на стороны AB, BC, AC соответственно. Известно, что $AB = AC = 7\sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{26}$, а площади четырёхугольников $BH_1MH_2, CH_2MH_3, AH_1MH_3$ равны между собой. Найдите MH_2 .

4

2. По шоссе в обоих направлениях с одинаковыми интервалами ходят рейсовые автобусы (скорости движения автобусов одинаковы). Велосипедист едет по обочине шоссе и замечает, что автобусы навстречу попадают каждые 42 минуты, а автобусы, едущие в том же направлении, что и он, обгоняют его через каждые 25,2 километров. Определите интервал движения автобусов, если скорости автобусов равны 70 километров в час. Ответ выразите в минутах. Считаем, что велосипедист и автобусы движутся равномерно.

54

3. Решите уравнение

$$3\sqrt[3]{x+21} - 4\sqrt[3]{x-21} = 4\sqrt[6]{x^2-441}.$$

Найдите сумму всех корней уравнения. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

-3,375

4. Последовательность $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ такова, что $x_1 = 126\,650$, а для любого натурального значения n справедливо соотношение

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{n(8n+17)(2n+1)x_n}{15(2n+3)}.$$

Найдите x_{1562} .

272,0

5. Длина круговой дорожки стадиона равна 400 метров. В разных местах дорожки стоят 5 спортсменов. При этом им разрешается бежать по дорожке только против часовой стрелки. Спортсмены хотят собраться в одном месте дорожки, пробежав суммарно не более S метров. При каком наименьшем S они гарантированно могут это сделать?

008