

Олимпиада «Физтех» по математике

10 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 1

1. Вася написал на доске натуральные числа N и $N + 2$. Он заметил, что сумма цифр каждого из этих чисел делится на 22. Оказалось, что N — наименьшее число, для которого это условие выполняется. Найдите сумму цифр числа N .

110

2. Сколькими способами в прямоугольнике 5×15 можно разместить две кости домино 1×2 , каждая из которых покрашена в два цвета — чёрный и белый?

Замечание. Каждая кость занимает две соседние клетки: на одной — чёрная часть кости, а на другой — белая.

32204 или 64408 — принимались оба ответа

3. Вера написала на доске шестизначное число. Надя переставила его первую цифру в конец и написала полученное шестизначное число на доске (например, если Вера написала 123456, то Надя написала 234561). Люба сложила два написанных на доске числа. Какие числа из отрезка $[180000; 230000]$ могли получиться у Любы? В ответе укажите сумму всех таких чисел.

400180000

4. Найдите сумму квадратов всех решений уравнения

$$x^2 - 24[x] + 23 = 0.$$

(Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $-[1,7] = -2$.)

151

5. Окружности Ω и ω радиусов 5 и 3 соответственно касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω — в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 1 : 4 : 7$. Найдите AC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

 $\frac{77}{820} \approx 10,649$