

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2022 год, вариант 2

1. Решите неравенство

$$\left(\frac{(x-5)^2 + 4}{|x-5|} - 4 \right) (|x-4| + |x-6| - 2) \leq 0.$$

{L} \cap [9; 5] \cup (5; 4] \cap {3}

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 25y^2} = 50, \\ 5y + \sqrt{x^2 - 25y^2} = 1. \end{cases}$$

(29; -4)

3. Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN , касается стороны AB в точке A . Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь треугольника ABN , если известно, что $AB = 3$, $BM = 1$.

$\frac{5}{24} = S_{ABN}, R = 4, \angle ACB = 90^\circ$

4. Вписанная окружность остроугольного треугольника ABC касается сторон AC и AB в точках E и D . Точка Y — основание перпендикуляра, опущенного из точки E на AB , а X — вторая точка пересечения EY со вписанной окружностью треугольника ABC . Найдите радиус этой окружности, если площадь треугольника AXD равна 12, а $5AD = 6EY$.

$\frac{5}{12}$

5. На доске выписано $10n$ последовательных натуральных чисел ($n \in \mathbb{N}$). Из них выбираются три попарно различных числа, среди которых ровно одно кратно 2 и ровно одно кратно 5. Известно, что можно составить ровно 5112 таких троек. Чему равно n ?

9

6. Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x; y)$ удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} 2y + 3x \geq |2y - 3x|, \\ y \leq -2x + 16, \\ x^2 - 12y + y^2 + 16 \geq 0. \end{cases}$$

$6\pi - 10$

7. Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые две последовательные степени числа десять равна 1234.

081