

Олимпиада «Физтех» по математике

10 класс, 2020 год, вариант 1

1. Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

02520

2. Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т. е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т. е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

увеличится в $\frac{8}{11}$ раз

3. Решите уравнение

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

4; $\sqrt{13} - 1$

4. Решите неравенство

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0.$$

$(-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{13}+1}; \frac{1}{\sqrt{13}-1}\right] \cup [2; \infty)$

5. По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

$\left(1 - \frac{2}{\sqrt{13}}\right) \frac{2}{\sqrt{13}} = q$ и $\left(1 + \frac{2}{\sqrt{13}}\right) \frac{2}{\sqrt{13}} = v$ или $(v - q); (q - v); (v + q); (q + v)$

6. а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй — точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

2 (9; 6) 7

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

001 = v или $\bar{v} = v$