

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по физике

11 класс, 2024 год

Задание 1

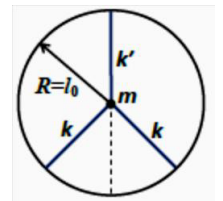
ВОПРОС. Материальная точка массы m может двигаться в плоскости xy в поле сил с потенциальной энергией

$$U(x, y) = k \cdot (4 \cdot x^2 + y^2)/2.$$

Каковы возможные частоты ее **линейных** (происходящих вдоль одной прямой) гармонических колебаний около положения равновесия?

$$\left(\text{В изо члгогч иинэногкжо иди} \right) \frac{m}{y} \Lambda = \tau m ; \left(x \text{ изо члгогч иинэногкжо иди} \right) \frac{m}{y} \Lambda = \tau m$$

ЗАДАЧА. На гладкой горизонтальной поверхности неподвижно закреплено кольцо, к трем точкам которого прикреплены концы трех упругих резинок, вторые концы которых прикреплены к одной небольшой шайбе с массой $m = 250$ г. Длина всех трех резинок в ненапряженном состоянии одинакова и в точности равна радиусу кольца. В положении равновесия шайбы две резинки — с одинаковыми коэффициентами жесткости $k = 1$ Н/м — взаимно перпендикулярны (см. рисунок), а третья — с $k' = 8$ Н/м — ориентирована вдоль биссектрисы угла между ними. Шайбу отвели на расстояние $s = 1,2$ см от этого положения и отпустили без начальной скорости. Оказалось, что шайба поехала по прямой и вернулась в положение равновесия за время t .



Найти все возможные значения t и скорости шайбы в этот момент времени. Отметим, что s намного меньше радиуса кольца.

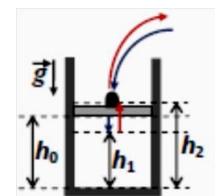
$$s/m \approx 0,012 \text{ м} = \frac{m}{k+k'} \sqrt{s} = \tau_0 \approx 0,024 \text{ м/с}; \tau_2 \approx 0,262 \text{ с}; \tau_1 \approx 0,292 \text{ с}; \tau_3 \approx 0,292 \text{ с}; \tau_4 \approx 0,285 \text{ с}; \tau_5 \approx 0,278 \text{ с}; \tau_6 \approx 0,272 \text{ с}; \tau_7 \approx 0,265 \text{ с}; \tau_8 \approx 0,258 \text{ с}; \tau_9 \approx 0,251 \text{ с}; \tau_{10} \approx 0,244 \text{ с}; \tau_{11} \approx 0,237 \text{ с}; \tau_{12} \approx 0,230 \text{ с}; \tau_{13} \approx 0,223 \text{ с}; \tau_{14} \approx 0,216 \text{ с}; \tau_{15} \approx 0,209 \text{ с}; \tau_{16} \approx 0,202 \text{ с}; \tau_{17} \approx 0,195 \text{ с}; \tau_{18} \approx 0,188 \text{ с}; \tau_{19} \approx 0,181 \text{ с}; \tau_{20} \approx 0,174 \text{ с}; \tau_{21} \approx 0,167 \text{ с}; \tau_{22} \approx 0,160 \text{ с}; \tau_{23} \approx 0,153 \text{ с}; \tau_{24} \approx 0,146 \text{ с}; \tau_{25} \approx 0,139 \text{ с}; \tau_{26} \approx 0,132 \text{ с}; \tau_{27} \approx 0,125 \text{ с}; \tau_{28} \approx 0,118 \text{ с}; \tau_{29} \approx 0,111 \text{ с}; \tau_{30} \approx 0,104 \text{ с}; \tau_{31} \approx 0,097 \text{ с}; \tau_{32} \approx 0,090 \text{ с}; \tau_{33} \approx 0,083 \text{ с}; \tau_{34} \approx 0,076 \text{ с}; \tau_{35} \approx 0,069 \text{ с}; \tau_{36} \approx 0,062 \text{ с}; \tau_{37} \approx 0,055 \text{ с}; \tau_{38} \approx 0,048 \text{ с}; \tau_{39} \approx 0,041 \text{ с}; \tau_{40} \approx 0,034 \text{ с}; \tau_{41} \approx 0,027 \text{ с}; \tau_{42} \approx 0,020 \text{ с}; \tau_{43} \approx 0,013 \text{ с}; \tau_{44} \approx 0,006 \text{ с}; \tau_{45} \approx 0,000 \text{ с}; \tau_{46} \approx -0,006 \text{ с}; \tau_{47} \approx -0,013 \text{ с}; \tau_{48} \approx -0,020 \text{ с}; \tau_{49} \approx -0,027 \text{ с}; \tau_{50} \approx -0,034 \text{ с}; \tau_{51} \approx -0,041 \text{ с}; \tau_{52} \approx -0,048 \text{ с}; \tau_{53} \approx -0,055 \text{ с}; \tau_{54} \approx -0,062 \text{ с}; \tau_{55} \approx -0,069 \text{ с}; \tau_{56} \approx -0,076 \text{ с}; \tau_{57} \approx -0,083 \text{ с}; \tau_{58} \approx -0,090 \text{ с}; \tau_{59} \approx -0,097 \text{ с}; \tau_{60} \approx -0,104 \text{ с}; \tau_{61} \approx -0,111 \text{ с}; \tau_{62} \approx -0,118 \text{ с}; \tau_{63} \approx -0,125 \text{ с}; \tau_{64} \approx -0,132 \text{ с}; \tau_{65} \approx -0,139 \text{ с}; \tau_{66} \approx -0,146 \text{ с}; \tau_{67} \approx -0,153 \text{ с}; \tau_{68} \approx -0,160 \text{ с}; \tau_{69} \approx -0,167 \text{ с}; \tau_{70} \approx -0,174 \text{ с}; \tau_{71} \approx -0,181 \text{ с}; \tau_{72} \approx -0,188 \text{ с}; \tau_{73} \approx -0,195 \text{ с}; \tau_{74} \approx -0,202 \text{ с}; \tau_{75} \approx -0,209 \text{ с}; \tau_{76} \approx -0,216 \text{ с}; \tau_{77} \approx -0,223 \text{ с}; \tau_{78} \approx -0,230 \text{ с}; \tau_{79} \approx -0,237 \text{ с}; \tau_{80} \approx -0,244 \text{ с}; \tau_{81} \approx -0,251 \text{ с}; \tau_{82} \approx -0,258 \text{ с}; \tau_{83} \approx -0,265 \text{ с}; \tau_{84} \approx -0,272 \text{ с}; \tau_{85} \approx -0,278 \text{ с}; \tau_{86} \approx -0,285 \text{ с}; \tau_{87} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{88} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{89} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{90} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{91} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{92} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{93} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{94} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{95} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{96} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{97} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{98} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{99} \approx -0,292 \text{ с}; \tau_{100} \approx -0,292 \text{ с};$$

Задание 2

ВОПРОС. Какую работу нужно совершить при адиабатическом сжатии одного моля кислорода с начальной температурой 301 К для увеличения его давления на 0,7%?

$$\approx 1,5 \text{ Дж} \approx \frac{d}{dV} \Delta H V^{\frac{1}{2}} = \frac{d}{dV} \Delta H d^{\frac{1}{2}} \approx 1,5 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА. В цилиндрическом сосуде с гладкими теплоизолирующими вертикальными стенками под горизонтальным теплоизолирующим поршнем находится воздух. Изначально поршень находится в равновесии, и расстояние между нижней поверхностью поршня и дном сосуда равно $h_0 = 30$ см. На поршень аккуратно поставили небольшую гирьку, и он начал опускаться. В тот момент, когда поршень достиг наинизшего положения на высоте $h_1 = 29$ см над дном сосуда, гирьку так же аккуратно убрали. До какой максимальной высоты h_2 поднимется поршень после этого?



Вязкостью воздуха можно пренебречь, воздух можно считать двухатомным идеальным газом, происходящие с ним процессы — квазиравновесными, а изменениями внешнего атмосфер-

ного давления можно пренебречь.

Математическая подсказка: при $|\alpha| \lesssim 1$ и $\varepsilon \ll 1$ с ошибкой порядка $|\varepsilon|^3$ справедлива приближенная формула $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha \cdot \varepsilon + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \varepsilon^2$.

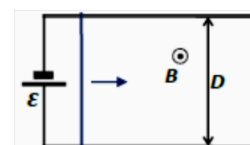
$$\ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} \approx \varepsilon$$

Задание 3

ВОПРОС. Проводящий стержень длины L вращается с постоянной угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B вокруг оси, параллельной полю, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Чему равна разность потенциалов на концах стержня?

$$U = \frac{1}{2} B \omega L^2$$

ЗАДАЧА. В установке «рельсотрон» в качестве «снаряда» используется металлическая перемычка, которая может скользить, двигаясь поступательно, по двум очень длинным гладким горизонтальным параллельным рельсам. Сначала перемычку удерживают вблизи одной пары из концов, к которым подключают источник постоянного напряжения. В области пространства, в которой проходят рельсы, включают вертикальное постоянное однородное магнитное поле, и перемычку аккуратно освобождают.



В первой серии опытов рельсы поддерживались в сверхпроводящем состоянии, а суммарное сопротивление контура, по которому протекал ток (состоящее из сопротивления перемычки, внутреннего сопротивления источника и сопротивления контактов), было примерно постоянно и равно $R_0 \approx 0,8$ Ом. При этом оказалось, что перемычка разгоняется до 95% от максимальной возможной (для этой установки), пройдя путь $s_0 = 80$ м.

Во второй серии опытов сверхпроводящие рельсы заменили на рельсы с «погонным» сопротивлением $\rho = 5$ мОм/м. Какой путь теперь потребуется перемычке для достижения той же скорости? Считайте, что сила сопротивления воздуха отсутствует, сумма сопротивления перемычки, внутреннего сопротивления источника и сопротивления контактов не изменилась, длина начального участка рельсов (от края до линии старта перемычки) пренебрежимо мала по сравнению с s_0 .

$$s \approx \frac{2s_0}{\rho R_0} \left(1 - \frac{\rho R_0}{2s_0}\right) \approx \frac{2s_0}{\rho R_0} = 137,5 \text{ м}$$

Задание 4

ВОПРОС. В чем состоит приближение тонкой линзы?

ЗАДАЧА. При помощи тонкой линзы на экране создано изображение пламени свечи, расположенного на главной оптической оси линзы. При этом поперечное увеличение изображения было равно $|\Gamma| = 0,4$. Не двигая свечу, линзу переместили на расстояние $s = 70$ см вдоль ГОО. После перемещения и подбора положения экрана поперечное увеличение стало равно $|\Gamma'| = 2,5$. Найдите оптическую силу линзы.

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{17,5} \text{ дптр}$$