

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2024 год

1. На цветочном рынке Маша купила 156 хризантем, 312 тюльпанов и 390 роз. Какое наибольшее количество одинаковых букетов сможет составить Маша из этих цветов, чтобы все цветы были полностью израсходованы? (Букеты считаются одинаковыми, если в каждом из них одинаковое число цветов каждого наименования.)

82

2. В шахматном кружке провели турнир — каждый сыграл с каждым по одной партии. Оказалось, что для любой тройки участников среди результатов их взаимных партий есть хотя бы одна ничья и хотя бы одна игра с победителем. Какое наибольшее число игроков могло участвовать в турнире?

5

3. В выпуклом 2024-угольнике длины всех диагоналей не превосходят 1. Какое наибольшее количество сторон длины 1 может быть в этом 2024-угольнике?

Напомним, что выпуклым называется многоугольник, все точки которого лежат по одну сторону от любой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

2

4. Империя Горных гномов состоит из 2023 королевств, в каждом из королевств гномы добывают золото и алмазы. Верно ли, что всегда можно выбрать такие 1012 королевств, которые производят не менее 50% золота и не менее 50% алмазов (от общего производства в империи)?

Верно

5. Сколько существует различных квадратных трехчленов

$$f(x) = x^2 + px + q$$

с целыми коэффициентами p, q , для которых выполнены два условия:

1. $f(2023) = 2025^{24}$;
2. уравнение $f(x) = 0$ имеет целый корень.

4754

6. Робот-маляр пытается покрасить стену. Робот представляет из себя конечность из трёх деталей. Штанга AB длиной l перпендикулярна полу и может ездить от точки a до точки b (расстояние между a и b равно $2l$). Вторая часть конечности, штанга BC длиной $2l$, свободно поворачивается относительно шарнира B . По штанге BC ползает красящая насадка K .

Какую площадь стены сможет покрасить этот механизм?

$$\boxed{2l \left(\frac{\pi l}{1} - 8 + \frac{\pi}{8} \right) = S}$$

