

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

11 класс, 2024 год

1. На испытаниях беспилотных летательных аппаратов лучшими оказались две модели. При встречном ветре 3 м/с модель Альфа продержалась в воздухе на 150 секунд меньше модели Бета, но пролетела на 500 метров дальше. Какая из моделей пролетит большее расстояние при безветренной погоде и на сколько? Скорость каждой из моделей считать постоянной. Время нахождения модели в воздухе определяется только ее техническими параметрами и не зависит от погодных условий.

Модель Альфа, на 50 м

2. Найдите $f(2024)$, если

$$f(x) = |2x - 1| - |2x - 3| + 6$$

при $x \in [0; 2]$ и, кроме того, при всех целых значениях x

$$\begin{cases} f(x+3) \leq f(x) + 6, \\ f(x+2) \geq f(x) + 4. \end{cases}$$

4052

3. Решите уравнение

$$36 \cos(x + \cos x) \cos(x - \cos x) + 9 = \pi^2$$

и найдите сумму его корней, принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

$$\frac{9}{\pi} \text{ сумма корней равна } - \text{ и } \pi \text{ и } \mathbb{Z} \text{ ; } \frac{9}{\pi} \text{ сумма корней равна } - \text{ и } \pi \text{ и } \mathbb{Z} \text{ ; } \frac{9}{\pi}$$

4. В остроугольном треугольнике PVG обозначили точку пересечения высот через H , центр описанной окружности через O . Площади треугольников OHP и OHV равны 5 и 3 соответственно. Найдите площадь треугольника OHG .

2 или 8

5. Кривая, заданная уравнением

$$y = x^2 + px + q,$$

пересекает ось Ox прямоугольной декартовой системы координат в точках A и B , а ось Oy — в точке C (все три точки различны). Известно, что точка D равноудалена от точек A , B и C , а сумма ее координат равна (-2023) . Найдите минимально возможную при данных условиях длину отрезка AB .

$$2\sqrt{4046} = 34\sqrt{11}$$

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|2[\operatorname{tg} a] - 1|^x = [\operatorname{tg} a]^2 + 2$$

имеет рациональное решение x . Здесь, $[t]$ — целая часть числа t .

$$\mathbb{Z} \ni u; (u\pi + \arctan 2; u\pi + \arctan 5] \cup (u\pi; u\pi + \pi/4 -] \ni v$$