

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

11 класс, 2022 год

1. Какое число окажется на 2022-м месте в бесконечной последовательности  $6, 7, 8, 9, 10, \dots$ , если в ней удалить все квадраты и кубы каких-либо натуральных чисел (то есть удалить числа  $8 = 2^3, 9 = 3^2, 16 = 4^2, \dots$ )?

6707

2. Решите неравенство  $(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x - 1) \leq \arccos\left(\frac{1}{4 \cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \cos 50^\circ}\right)$ .

 $\{\pi\} \cap [\frac{\pi}{8}; 0] \ni x$ 

3. Среди всех вписанных четырёхугольников найдите четырёхугольник  $ABCD$  с наименьшим периметром, в котором  $AB = BC = CD$  и все попарные расстояния между точками  $A, B, C$  и  $D$  выражаются целыми числами. Чему при этом равен радиус описанной вокруг  $ABCD$  окружности?

 $\frac{4}{8}$ 

4. Последовательность  $a_n$  задана формулами  $a_1 = \frac{4043}{2022}, a_{n+1} = a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n$ . Найдётся ли натуральное число  $n$  такое, что  $|a_n| \leq \frac{2022}{2021}$ ? Обоснуйте свой ответ.

17

5. В треугольной пирамиде  $SABC$  в основании лежит равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC$ . Боковые грани  $SAB$  и  $SAC$  перпендикулярны плоскости  $ABC$ . Сфера радиусом, равным  $AC$ , с центром в точке  $S$  делит пирамиду на две части. Найдите объём большей из этих частей, если  $SA = AB = 2$ .

 $\frac{6}{(2^8 - 27)^2}$ 

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$|x^3 + 2x^2 + x + a| + |x^3 - 2x^2 + x - a| < 4x^2 + 8x$$

представляет собой на числовой прямой промежуток длиной 1.

 $8 = a$  или  $17 = a$