

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2021 год

1. Натуральные числа, начиная с 20, выписали в одну строку: 20212223... Какая цифра стоит в получившейся последовательности цифр на 2021 месте?

2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x| - \arcsin x + b \cdot (\arccos x + |x| - 1) + a = 0$$

при любом значении b имеет хотя бы одно решение.

3. Сколько корней имеет уравнение

$$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}?$$

4. Решите систему

$$\begin{cases} 2x - 3y + \frac{1}{xy} = 6, \\ 3z - 6x + \frac{1}{xz} = 2, \\ 6y - 2z + \frac{1}{yz} = 3. \end{cases}$$

5. Бумажный квадрат площади 17 согнули по прямой, проходящей через его центр, после чего соприкасающиеся части склеили. Найдите максимально возможную площадь получившейся бумажной фигуры.