

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

## 9 класс, 2020 год, вариант В

1. На первом занятии кружка по программированию учитель спросил участников, какими языками программирования они владеют. Четверо сразу признались, что никакими языками не владеют. Остальные сказали, что знают или Python или Java или оба этих языка сразу. Доля знающих Python среди тех, кто владеет хотя бы одним языком, составила 60%, причем  $1/6$  из знающих Python знает также и Java. А доля владеющих языком Java среди всех участников кружка составила  $5/12$ . Сколько всего участников кружка?

24

2. Коля решил проверить свое знание четырех арифметических действий. Он взял два натуральных числа и нашел их сумму. Потом нашел разность этих чисел — первое число минус второе. Потом нашел произведение этих же чисел. Потом частное от деления первого числа на второе. Сложив все 4 полученных результата Коля получил 153. Найдите два числа, над которыми производились действия.

 $a = 34, b = 2$ 

3. Есть 7 красных, 6 белых, 8 желтых и 5 черных шаров, все шары пронумерованы различными числами. Сколькими способами можно выбрать 4 шара, так, чтобы не все были одного цвета и не все разных цветов? Способы, отличающиеся только порядком шаров, считаем одинаковыми.

13145 способов

4. Дан набор из  $n$  гирь, самая легкая весит 3 грамма, каждая следующая имеет вес на 1 грамм меньший, чем удвоенный вес предыдущей гири. Найдите все  $n$ ,  $9 < n < 16$ , для которых все гири можно расположить на двух чашах весов так, чтобы весы пришли в равновесие.

10 и 14

5. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC = 4$  и  $AD = 12$ , угол  $ADC$  равен  $67,5^\circ$ . Найдите площадь трапеции, если известно, что биссектриса угла  $CAD$  делит отрезок  $CD$  пополам.

 $48\sqrt{2}$ 

6. Функция  $f(x)$  определена и положительна при всех  $x > 0$ . Известно, что  $f(1) + f(2) = 20$  и  $f(a + b) = f(a) + f(b) + 2\sqrt{f(a)f(b)}$  при всех  $a, b > 0$ . Найдите  $f(2020)$ .

 $f(2020) = 16321600$ 

7. Известно, что  $a, b, c$  — три попарно различных действительных числа. Найдите наибольшее возможное при этом условии значение  $x$ , являющегося корнем уравнения

$$a^2(x - b)(b - c)(c - x) + b^2(a - x)(x - c)(c - a) + c^2(a - b)(b - x)(x - a) = 100(a - b)(b - c)(c - a).$$

10