

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2019 год, вариант 1а

1. Сумма 10 различных натуральных чисел равна 148, причем известно, что наименьшее из этих чисел составляет не менее половины от наибольшего из них. Найдите эти числа, в ответе запишите 5 наибольших из этих чисел, упорядоченные по возрастанию, без пробелов. Т. е., например, если это числа 14, 2, 58, 3 и 6, то в ответе следует указать 2361458.

0761819191

2. Доля отличников в классе составляет менее одной трети, но более 20%, причем известно, что оно кратно 5. А доля хорошистов составляет менее 20%, но более $2/11$ учащихся. Для школьников, которые не являются хорошистами и отличниками организованы дополнительные занятия. Сколько человек должны посещать эти занятия, если известно, что в классе учится не более 20 школьников?

8

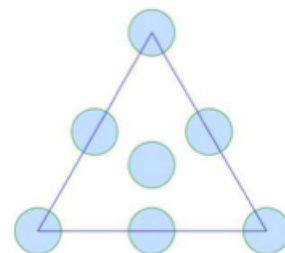
3. Подряд выписали квадраты чисел от 1 до некоторого натурального числа N : $1491625 \dots N^2$, так, что получилось 1428-значное число. Найдите N .

314

4. Парабола проходит через точки с координатами $(2019; 2020)$, $(2020; 0)$ и $(2021; 2020)$. Найдите квадратный трехчлен $P(x) = ax^2 + bx + c$, графиком которого она является. В ответе укажите ординату точки пересечения параболы с осью ординат.

8242408000

5. Поле для игры «7 кругов» представляет собой правильный треугольник и 7 одинаковых кружочков с центрами в вершинах, серединах сторон и центре треугольника. Сколько существует различных способов расставить черные и белые фишки, по одной в каждый кружок? Расстановки, которые переходят друг в друга при повороте, считаются одинаковыми.



48

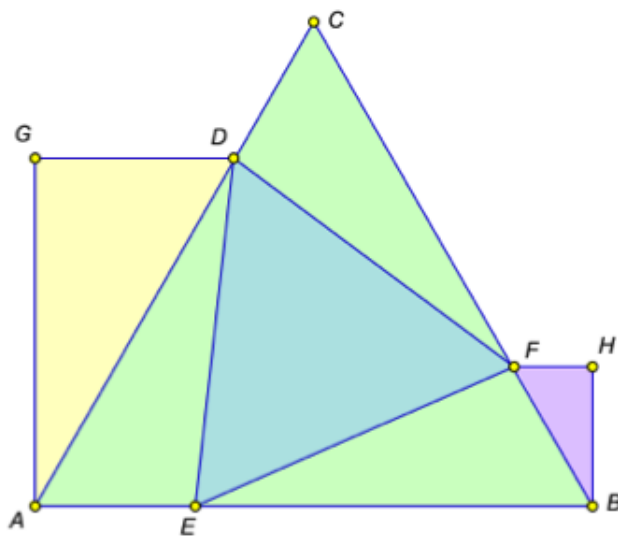
6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 = y + z, \\ y^2 = z + x, \\ z^2 = x + y \end{cases}$$

при условии $x, y, z > 0$. В ответе укажите: если решений нет, то 0, если решение одно — произведение $x y z$, если решений несколько — сумму произведений $x y z$ для каждого решения.

8

7. В равносторонний треугольник ABC вписан равносторонний треугольник DEF (см. рис.). Треугольники AGD и BFH — прямоугольные, катеты GD и FH параллельны прямой AB . Площадь треугольника AGD равна 9, а треугольника BFH — 1. Найдите площадь треугольника DEF .



14