

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2019 год, Москва

1. Стороны прямоугольного треугольника выражаются натуральными числами, при этом гипотенуза на 1 длиннее одного из катетов. Может ли длина какого-то катета данного треугольника быть равна: а) 2019; б) 2018; в) 2112?

2. Аня выписала одно за другим 2018 чисел $\frac{1\cdot 2}{2}, \frac{2\cdot 3}{2}, \frac{3\cdot 4}{2}, \dots, \frac{2018\cdot 2019}{2}$ и вычислила их. Сколько их получившихся чисел имеют в десятичной записи последнюю цифру 5?

407

3. Кривая на координатной плоскости задана уравнением

$$(|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = \left(2 - \frac{|x|}{x}\right)^2.$$

Среди всех прямых, касающихся этой кривой в двух точках, найдите ту прямую, которая наименее удалена от точки с координатами $(10 - 4\sqrt{6}; 6)$.

$$4 + \frac{9\sqrt{2}}{01-x} = n$$

4. Найдите площадь выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 3$, $AD = 4$, $AC = 6$, а площадь треугольника ABC равна площади треугольника ADC и в два раза больше площади треугольника ABD .

8^{√5}

5. Определите значение функции

$$f(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

в точке $x = 2018$, если $f(2019) = f(2023) = 0$, $f(2020) = f(2022) = 3$, $f(2021) = 4$.

-125