

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2019 год, Уфа

1. Сумма шести первых членов геометрической прогрессии, состоящей из положительных чисел, в 344 раза больше суммы трех ее первых членов. Найдите знаменатель прогрессии.

□

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x - y\sqrt{2}} + \frac{1}{x\sqrt{2} - y} = 1, \\ \frac{1}{x\sqrt{2} + y} - \frac{1}{x + y\sqrt{2}} = -1. \end{cases}$$

$$\left(\frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{2}-1}, \frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{2}-1} \right); \left(\frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{2}+1}, \frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{2}+1} \right)$$

3. Решите неравенство $\arcsin(\sin|x|) \geq \arccos|\cos 2x|$.

$$\dots; 2; 0 = y; [y\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} - ; y\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} -] \cap [y\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}} ; y\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}}] \cap \{y\sqrt{2}\} \ni x$$

4. В основании пирамиды $SABC$ лежит треугольник ABC со сторонами $AB = BC = 3\sqrt{2}$ и $AC = 2\sqrt{6}$. Высота пирамиды равна $\sqrt{6}$ и видна из вершин A и C под одним и тем же углом, равным $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$. Под каким углом она видна из вершины B ?

$$\frac{8}{\sqrt{3}} \text{ или } \frac{8}{\sqrt{2}}$$

5. Для каждого значения a решите уравнение

$$\left| x - 2^{\frac{1}{\sin^2(2a)}} \right| + \left| x - 2^{-4 \operatorname{tg}(3a)} \right| + a \left(a + \frac{\pi}{12} \right)^2 \left(a - \frac{\pi}{12} \right) = 0.$$

$$\text{ден иишннх в ршшннх а ршшннх } a \text{ ршшннх } \frac{\pi}{12}; \text{ при ршшннх } a = 16 \text{ или } 91 = x$$