

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2019 год, Нижний Новгород

1. Все 11-классники спецшколы разделены на три отдельные категории: физики, химики и биологи. На каждых двоих биологов приходится 5 человек, считающихся физиками или химиками, а на каждых троих физиков приходится 7 человек, считающихся химиками или биологами. Найдите количество химиков, если 11-классников в школе не более 100.

67

2. Решите неравенство

$$\sqrt{2} \cos 2x \geq \sin x - \cos x.$$

$$\left[\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6} + 2\pi \right] \cup \left[\frac{11\pi}{6} + \frac{\pi}{2}; \frac{13\pi}{6} + 2\pi \right]$$

3. Найдите все возможные значения величины

$$T = \frac{f(t) - f(0)}{f(t^2) + f(t) - 2f(0) + 2},$$

если $f(2x + y) - f(x + y) = 2x$ для всех действительных значений x и y .

$$\left[\frac{5}{1}; 1 \right]$$

4. В равнобедренном треугольнике ABC на высоте BH , равной основанию AC , как на диаметре, построена окружность, пересекающая боковую сторону BC в точке F . Каково отношение площади треугольника FCH к площади треугольника ABC ? Какая часть площади треугольника ABC находится внутри окружности?

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{5}{4} \arcsin \frac{5}{4} \right); \frac{7}{1}; \frac{01}{1}$$

5. Решите уравнение

$$x^2 + 8\{x + 4\} - 9 = 0,$$

где $\{a\}$ — дробная часть числа a .

$$-3; +3; \sqrt{33}; \sqrt{41}; -4; -\sqrt{41}; -4$$