Московская олимпиада школьников по физике

7 класс, 2026 год

1. Тонны песка. В пустой контейнер засыпают песок с помощью двух конвейерных лент. Длина каждой ленты составляет $L = 30$ м. Первая лента движется со скоростью $v_1 = 3$ м/с, с неё в контейнер каждую секунду ссыпается $m_1 = 20$ кг песка. Вторая лента движется со скоростью $v_2 = 2$ м/с, с неё в контейнер каждую секунду поступает $m_2 = 10$ кг песка. Ленты включают одновременно, в начальный момент они пусты. Песок начинают подавать на ленты на расстоянии от контейнера сразу после их включения.

1. За какое наименьшее время после включения лент в контейнер будет загружено $M = 4$ т песка?

2. Сколько килограммов песка поступит в контейнер с каждой ленты к моменту окончания загрузки?

1) $T = 145$ с; 2) $M_1 = 2700$ кг, $M_2 = 1300$ кг

2. Радиус Шварцшильда. При решении задачи могут понадобиться следующие справочные данные:

$$\text{гравитационная постоянная } G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2};$$
$$\text{скорость света в вакууме } c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с};$$
$$\text{радиус Земли } R_З = 6{,}4 \cdot 10^6 \text{ м};$$
$$\text{ускорение свободного падения на поверхности Земли } g = G\frac{M_З}{R_З^2} = 10 \text{ м/с}^2$$

(здесь $M_З$ — масса Земли). Приведённые обозначения физических констант остаются неизменными на протяжении всей задачи.

Согласно общей теории относительности, если сжать сферическое тело равномерной плотности до радиуса, меньшего некоторого критического значения R_g, то гравитация на его поверхности станет настолько сильной, что даже свет не сможет покинуть это тело — оно превратится в чёрную дыру. Этот критический радиус, называемый гравитационным, или радиусом Шварцшильда, вычисляется по формуле:

$$R_g = 2 \cdot m^\alpha \cdot G^\beta \cdot c^\gamma,$$

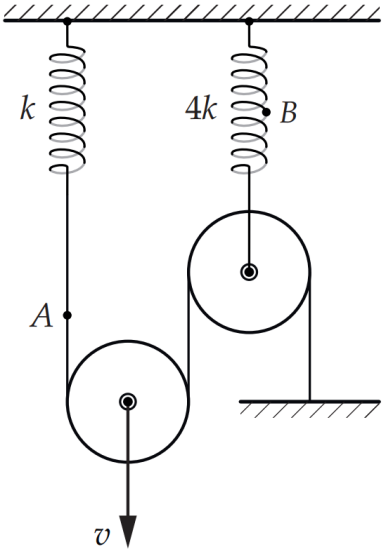
где m — масса тела, α, β, γ — некоторые безразмерные постоянные. Никакие другие характеристики тела (плотность, химический состав и т. п.) на значение не влияют.

1. Пользуясь соображениями размерности, определите значения постоянных α, β, γ.

2. До какого радиуса необходимо сжать Землю, согласно приведённой теории, чтобы она превратилась в чёрную дыру?

1) $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = -2$; 2) $R_g = \frac{2gR_З^2}{c^2} = 9{,}1$ мм

3. Система с поджатыми пружинами. В системе, изображённой на рисунке, невесомая и нерастяжимая нить перекинута через два подвижных невесомых блока. Её правый конец прикреплён к неподвижной горизонтальной стенке, а левый конец — к поджатой пружине жёсткостью $k_1 = k$. Ось правого блока прикреплена к поджатой пружине жёсткостью $k_2 = 4k$. Пороговые значения сил поджатия обеих пружин одинаковы и равны F_0. Верхние концы пружин жёстко закреплены. В начальный момент времени левый блок начинают равномерно опускать, так что его ось движется с постоянной скоростью v. Известно, что величина силы, прикладываемой к оси блока, в начальный момент равна F_0. Считайте, что нить не проскальзывает по блокам, трение в осях блоков отсутствует.



1. Определите скорости точки A нити и точки B (середины правой пружины) через время t после начала движения.

2. Найдите зависимость от времени силы F, которую необходимо прикладывать к оси левого блока, чтобы он двигался вниз с постоянной скоростью v.

Примечание. Обе поджатые пружины устроены так: они не деформируются, пока приложенная к ним сила не превысит пороговое значение F_0. Как только сила становится больше F_0, пружина начинает растягиваться (или сжиматься), причём её жёсткость k_i определяет связь между изменением силы упругости и деформацией:

$$k_i = \frac{F - F_0}{x_i}, \quad i = 1, 2,$$

где x_i — абсолютная величина деформации (изменение длины) пружины.

1) при $t \leqslant \frac{F_0}{4kv}$: $v_A = 0$, $v_B = v/2$; при $t > \frac{F_0}{4kv}$: $v_A = v$, $v_B = v/4$;

2) при $t \leqslant \frac{F_0}{4kv}$: $F(t) = F_0 + 4kvt$; при $t > \frac{F_0}{4kv}$: $F(t) = \frac{3F_0}{2} + 2kvt$

4. Определение плотности. В лаборатории имеется ареометр, который позволяет измерять плотность только в диапазоне от 0,90 г/см^3 до 1,20 г/см^3. Для определения плотности неизвестной жидкости, которая легче воды, используется метод смешивания. Готовят три смеси с объёмными долями воды:

$$0{,}40, \quad 0{,}50 \quad \text{и} \quad 0{,}60$$

(эти значения известны точно). Измерения дают следующие значения плотности смесей:

$$\rho_1 = 0{,}912 \text{ г/см}^3, \quad \rho_2 = 0{,}926 \text{ г/см}^3 \quad \text{и} \quad \rho_3 = 0{,}938 \text{ г/см}^3.$$

Абсолютная погрешность каждого измерения $\Delta = 0{,}005$ г/см^3. Плотность воды принята равной $\rho = 1{,}000$ г/см^3 точно (эталонное значение).

1. Для каждой смеси вычислите плотность исходной жидкости ρ_x и определите абсолютную погрешность каждого полученного значения. Считайте, что объём смеси равен сумме объёмов смешиваемых жидкостей.

2. Оцените, в каком интервале может находиться истинное значение ρ_x по результатам трёх измерений с учётом их погрешностей.

3. Если бы у вас была возможность провести только одно измерение, какую объёмную долю воды α нужно было бы выбрать, чтобы погрешность определения ρ_x была наименьшей? Учтите, что плотность смеси должна попадать в рабочий диапазон ареометра. Чему равна эта минимальная погрешность? Считайте абсолютную погрешность определения плотности ареометром равной $\Delta\rho$ для любого значения объёмной доли воды.

1) $\rho_{x1} = 0{,}853$ г/см^3 или $\rho_{x1} = 0{,}854$ г/см^3, $\Delta\rho_{x1} = 0{,}008$ г/см^3;

$\rho_{x2} = 0{,}852$ г/см^3, $\Delta\rho_{x2} = 0{,}010$ г/см^3; $\rho_{x3} = 0{,}845$ г/см^3, $\Delta\rho_{x3} = 0{,}013$ г/см^3;

2) $0{,}845$ г/см$^3 \leqslant \rho_x \leqslant 0{,}858$ г/см^3 (или 0,857); 3) $\alpha = 1/3$, $\Delta\rho_{x,\min} = 0{,}0075$ г/см^3