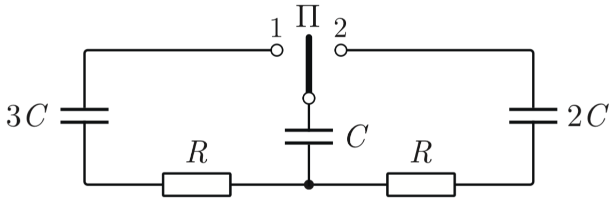
Московская олимпиада школьников по физике

11 класс, первый тур, 2020 год

Задача 1. В цепи, схема которой изображена на рисунке, в начальный момент времени конденсатор ёмкостью $3C = 300$ мкФ заряжен до напряжения $U_0 = 12$ В, конденсаторы ёмкостью C и $2C$ не заряжены. Переключатель П в среднем положении.



Переключатель П сначала перекидывают в положение 1 на короткое время (много меньше RC), а затем в положение 2 на гораздо большее время. Определите заряды конденсаторов после многократного повторения этих двух операций. Найдите приближённо, какое количество теплоты выделяется в каждом из резисторов.

$q_{3C} = \frac{3CU_0}{2} = 5{,}4$ мКл, $q_C = \frac{CU_0}{2} = 1{,}8$ мКл, $q_{2C} = CU_0 = 3{,}6$ мКл, $Q_{\text{левый } R} \approx \frac{3CU_0^2}{4} \approx 6{,}5 \cdot 10^{-2}$ Дж, $Q_{\text{правый } R} \approx 0$

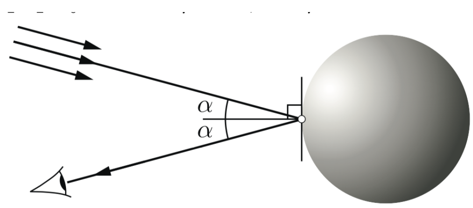
Задача 2. Герметичный металлический сосуд заполняют смесью воздуха и водяного пара и начинают охлаждать, поместив в термостат с тающим льдом. В процессе охлаждения измеряют температуру в сосуде с погрешностью $\Delta = 0{,}5\,^\circ$C и давление — с погрешностью $\Delta p = 0{,}05 \cdot 10^5$ Па. В результате получают таблицу.

t, °C	137	123	109	82	55	27	0
p, 10^5 Па	1,5	1,45	1,4	1,3	0,8	0,7	0,6

Определите отношение количества воды к количеству воздуха в сосуде, а также плотность газовой фазы в начале и в конце процесса. Учтите, что давление насыщенных паров воды, равное 1 кПа, достигается при температуре около 7 °C. Молярные массы воды и воздуха равны соответственно 18 г/моль и 29 г/моль.

$\frac{\nu_{\text{возд}}}{\nu_{\text{воды}}} = \frac{3}{2}$, $\rho_{\text{н}} = 1{,}1\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_{\text{к}} = 0{,}77\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

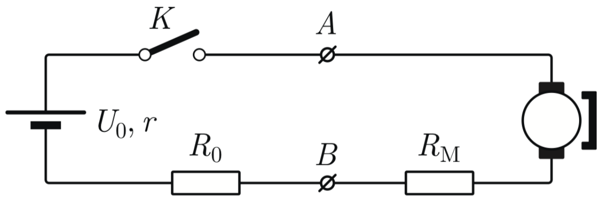
Задача 3. Наблюдатель видит изображение Солнца в полированном металлическом шаре. Угловая высота Солнца над горизонтом равна α и равна углу между линией зрения и горизонтальной нормалью к шару. Определите характерный размер изображения Солнца, если радиус шара равен R, а угловой размер Солнца равен φ ($\varphi \ll \alpha$).



Примечание. Для малого угла φ справедливы приближённые формулы: $\cos\varphi \approx 1$, $\sin\varphi \approx \varphi$.

$\Delta L = \frac{R\cos\alpha}{2}\varphi$

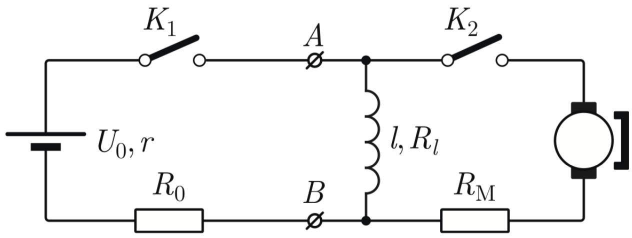
Задача 4. На рисунке изображена простейшая модельная схема подключения электродвигателя (автомобильного стартёра) к аккумулятору.



Параметр схемы $R_\text{M} = 2 \cdot 10^{-2}$ Ом моделирует сопротивление обмоток якоря двигателя, r и R_0 — внутреннее сопротивление аккумулятора с ЭДС $U_0 = 12$ В и сопротивление проводов, при этом $R_0 + r = 10^{-2}$ Ом. Можно считать, что ЭДС индукции, вырабатываемая электродвигателем, пропорциональна угловой скорости вращения вала: $|\mathscr{E}_i| = k\omega$, а момент сил, действующих на вал со стороны магнитного поля, пропорционален току $M = kI$. Для упрощения расчётов далее полагаем, что вал электродвигателя не нагружен.

1) Найдите напряжение U_{AB} на клеммах электродвигателя (между точками A и B) сразу после замыкания ключа, а также максимальное значение силы тока в цепи. Чему равен ток в момент, когда угловая скорость вращения вала составляет 75% от максимального значения?

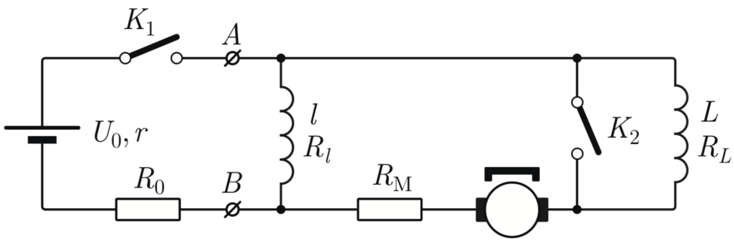
Другая модельная схема (рис. ниже) учитывает наличие в конструкции удерживающей обмотки втягивающего реле, R_l — сопротивление катушки индуктивностью l. При включении сначала замыкается ключ K_1, а когда ток через катушку установится, замыкается ключ K_2.



2) Считая, что отношение $\alpha = \frac{R_l}{r+R_0}$ известно ($\alpha > 1$), определите максимальное значение тока через двигатель в этом случае.

3) При выключении электродвигателя (после того, как скорость вращения вала установится) сначала размыкают ключ K_1. При этом напряжение на клеммах двигателя почти мгновенно увеличивается на $\Delta U_{AB} = 2$ В. Определите по этим данным параметр α.

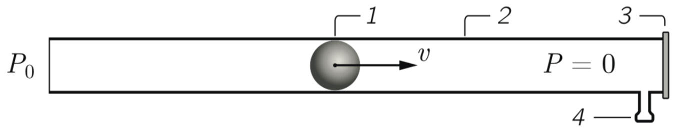
Наиболее близка к реальному устройству схема, изображенная на третьем рисунке. Ключи изначально разомкнуты. Поворот ключа зажигания соответствует замыканию ключа K_1. Когда ток через катушку L достигает некоторого порогового значения I_Π, замыкается ключ K_2 (магнитное поле катушки втягивает шток, замыкающий контакты ключа K_2).



4) Индуктивность второй катушки L и её сопротивление R_L таковы, что выполняются равенства: $L = 10l$, $R_l = 5R_L$. Известно, что значение тока I_Π лежит между 10 А и 20 А. Чему равен ток через катушку индуктивностью l в момент замыкания ключа K_2? Численное значение параметра α считайте известными из п. 3).

См. конец листка

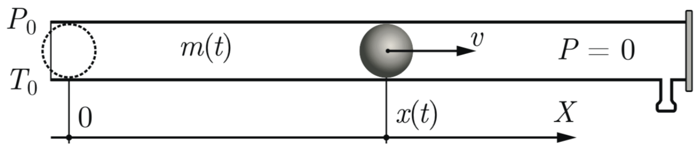
Задача 5. В последние годы большой интерес у энтузиастов, занимающихся научно-техническим творчеством, вызывает устройство под названием «вакуумная пушка». В полпропиленовой водопровдной трубе 2 (см. рисунок ниже), один конец которой герметично закрыт заглушкой из фольги 3, а другой открыт в атмосферу, разностью давлений ускоряется шарик 1 для игры в пинг-понг. Внутренний диаметр трубы близок к диаметру шарика. Рядом с заглушкой располагается штуцер 4, через который труба соединяется с вакуумным насосом. Таким образом, справа от шарика давление очень низкое, а у открытого конца трубки — давление, близкое к атмосферному, которое равно P_0.



Оказывается, что при достаточно большой длине трубки и качественной откачке шарик можно разогнать до высокой скорости, так что он легко разорвёт фольгу заглушки и вылетит из трубки. В одном видеоролике, доступном в сети, демонстрируется, как вылетающий из трубки шарик пробивает пустые банки из-под газировки, поставленные на небольшом расстоянии от трубки.

1) В самой грубой модели предполагается, что слева от шарика давление равно $P_0 = 10^5$ Па, а справа — равно нулю. Разность давлений не меняется в процессе разгона шарика. Трения между шариком и стенками трубы нет. До какой максимальной скорость $v^{(1)}_{\max}$ может быть разогнан шарик массой $M = 2{,}7$ г и диаметром $d = 40$ мм в трубе длиной $L = 2$ м?

В более точной модели считается, что под действием постоянной разности давлений ускоряется не только шарик, но и воздух массой $m(t)$, располагающийся в момент t в трубе слева от шарика, а также вовлекаются в движение новые порции воздуха из атмосферы. Предлагается считать, что область вблизи левого торца трубы, в которой воздух вовлекается в движение, имеет малый характерный размер, сопоставимый с диаметром трубы. Снаружи трубы вне этой области воздух остаётся неподвижным. Внутри трубы воздух движется со скоростью шарика, а его плотность равна плотности воздуха ρ снаружи. Диаметр шарика много меньше длины трубы. В начальный момент времени координата x шарика и его скорость равны нулю.



2) Определите более точное значение скорости $v^{(2)}_{\max}$, до которой может быть разогнан шарик тех же размеров, что и в п. 1) задачи, в трубе той же длины. Время разгона в первом приближении можно считать равным времени разгона в п. 1). Температура воздуха и его молярная масса равны: $T_0 = 293$ К, $\mu = 29$ г/моль соответственно.

3) Считая известными только температуру $T_0 = 293$ К снаружи трубы и молярную массу воздуха $\mu = 29$ г/моль, определите максимальную скорость, до которой может быть разогнан шарик. Длина трубы предполагается достаточно большой.

4) Даны параметры: M, S, P_0, ρ, μ. Получите формулу зависимости координаты шарика от времени $x(t)$.

Примечание. Может оказаться полезной формула $\Delta\left(x^2\right) = 2x\Delta x$, справедливая для малых изменений ($\Delta x \ll x$) величины x.

1) $v_{\max}^{(1)} = \sqrt{2La} \approx 430$ м/с; 2) $v_{\max}^{(2)} = \frac{P_0 S t_0}{\rho S L + M} \approx 199$ м/с; 3) $u = \sqrt{\frac{P_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT_0}{\mu}} \approx 294$ м/с; 4) $x(t) = -\frac{M}{\rho S} + \sqrt{\left(\frac{M}{\rho S}\right)^2 + \frac{P_0 t^2}{\rho}}$

Ответ к задаче 4

1) $U_{AB}(o) = \frac{U_0 R_{\text{M}}}{r+R_0+R_{\text{M}}} = 8$ В; $I_{\max} = \frac{U_0}{r+R_0+R_{\max}} = 400$ А; $I = 100$ А;

2) $I_1 = \frac{U_0}{r+R_0}\frac{1}{1+\alpha}$; $I_{\text{M}} = \frac{U_0}{r+R_0+R_{\max}}\frac{\alpha}{1+\alpha}$;

3) $\Delta U_{AB} = U_0 \frac{R_{\text{M}}}{r+R_0}\frac{1}{1+\alpha}$, $\alpha = 11$;

4) $I_l = 100$ А