

Олимпиада по математике «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

11 класс, 2024 год

1. В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

%9'28

2. Каково наименьшее значение выражения $A + B$, если A и B — числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$A + 5B \geq 9, \quad 3A + 4B \geq 11, \quad 5A + 3B \geq 11?$$

8

3. Для каждого натурального числа n положим

$$p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}.$$

Вычислите сумму $p(1) + p(2) + \dots + p(99)$.

49.5

4. Длина ребра куба $ABCD A' B' C' D'$ равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку C и касающейся прямых AD , AA' и $A'B'$.

1/√6

5. Решите уравнение

$$\operatorname{arctg} \frac{5x + 3}{3x - 5} + \operatorname{arctg} \frac{x - 1}{x + 1} = x.$$

π/8 и π/4

6. Два треугольника пересекаются по шестиугольнику $ABCDEF$, в котором

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ, \quad \angle E = 120^\circ, \quad \angle F = 140^\circ.$$

Найдите углы этих треугольников.

50°, 50°, 80° и 50°, 55°, 75° или 115°, 50°, 115° и 10°, 50°, 120°

7. При каких значениях параметра a существует прямая, касающаяся графика функции

$$f(x) = ax^4 + x^2 + x$$

в двух точках? Для каждого такого значения найдите уравнение соответствующей прямой.

$\frac{a}{1} - x = h : 0 > v$ или

8. Про последовательность $X = (x_1, \dots, x_{100})$ известно, что она состоит из всех натуральных чисел от 1 до 100, переставленных в некотором порядке. Мы должны узнать этот порядок. За один шаг можно выписать любую, также состоящую из чисел от 1 до 100, последовательность (y_1, \dots, y_{100}) , про каждый член y_i ($i = 1, \dots, 100$) которой нам сообщат, какое из соотношений $y_i > x_i$, $y_i < x_i$ или $y_i = x_i$ имеет место. За какое наименьшее число шагов можно наверняка определить X ?

За 50 шагов