

**Олимпиада по математике**  
**«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»**

**10 класс, 2023 год, вариант 1**

1. Пусть  $\alpha, \beta, \gamma$  — такие острые углы, что  $\sin \alpha = \operatorname{ctg} \beta$ ,  $\sin \beta = \operatorname{ctg} \gamma$ ,  $\sin \gamma = \operatorname{ctg} \alpha$ . Вычислите косинусы этих углов.
2. Таблица  $4 \times 4$ , составленная из 16 чисел, такова, что каждое число равно в ней сумме всех своих соседей по горизонтали и по вертикали. Каким наибольшим может быть количество положительных чисел в таблице?
3. График функции  $y = x - a\sqrt{x} + 1$  пересекает ось  $Ox$  в двух точках. Через них проведена окружность, касающаяся оси  $Oy$ . Найдите ординату точки касания.
4. По дороге из  $A$  в  $B$  ездят только легковые машины, грузовики и автобусы. Легковые машины выезжают из  $A$  в  $B$  каждые 2 минуты со скоростью 120 км/ч, грузовики каждые 3 минуты со скоростью 80 км/ч, а автобусы каждые 6 минут со скоростью 60 км/ч. Скорости всех машин постоянны, а расстояние между  $A$  и  $B$  достаточно большое. Мотоцикл едет из  $B$  в  $A$  со скоростью 60 км/ч. Какую долю среди встречного транспорта составляют грузовики?
5. Дан куб  $ABCD A' B' C' D'$ . На отрезках  $AB', AC, AD', B'C, CD', B'D'$  расставляют стрелки и затем находят сумму  $\vec{S}$  всех 6 полученных векторов. Сколько различных векторов  $\vec{S}$  можно получить, по-разному расставляя стрелки на указанных отрезках?
6. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$   $\angle ABC = 70^\circ$ ,  $\angle ADC = 145^\circ$ ,  $BC = BD = 1$ . Найдите длину стороны  $AB$ .
7. Числа  $x, y, z$  различны и удовлетворяют системе уравнений

$$x^3 + y^2 + z^2 = x^2 + y^3 + z^2 = x^2 + y^2 + z^3 = 0,9.$$

Какие значения может принимать их произведение?

8. Каким наибольшим может быть количество последовательных десятизначных натуральных чисел, среди которых нет ни одного палиндрома? (Палиндром — это число, одинаково читающееся в обоих направлениях, например, 33, 2552, 70507.)