

Олимпиада по математике «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

8–9 классы, 2017 год

1. Каждый из 2017 учащихся средней школы изучает английский или немецкий язык. Английский язык изучают от 70% до 85% от общего числа учащихся, а оба языка изучают от 5% до 8%. Какое наибольшее число школьников может изучать немецкий язык?
2. Иван-царевич сражается с Змеем Горынычем на Калиновом мосту. У Змея 198 голов. Одним взмахом меча Иван-царевич может отрубить пять голов, но после этого у Змея моментально отрастают новые головы в количестве, равном остатку при делении на 9 от числа оставшихся после удара Ивана-царевича голов. Если число оставшихся голов делится на 9, то новые головы не вырастают. Если голов перед взмахом у Змея Горыныча было пять или меньше, то Иван царевич одним взмахом убивает поганого Змея. Сколько взмахов мечом должен сделать Иван-царевич, чтобы победить Змея Горыныча?
3. Найдите все пары (a, b) действительных чисел a и b таких, что уравнения $x^2 + ax + b^2 = 0$ и $x^2 + bx + a^2 = 0$ имеют хотя бы один общий корень.
4. Найдите наименьшее положительное целое число, в котором произведение цифр равно 5120.
5. Ася учится писать и умеет писать три буквы А, С и Я. Мама предложила ей написать семь букв подряд. В полученном «слове» три подряд идущих буквы образовали имя «АСЯ». Сколько существует таких различных семибуквенных «слов»?
6. На хорде AB окружности отмечена точка P так, что $AP = 2PB$. Хорда DE перпендикулярна AB и проходит через точку P . Докажите, что середина отрезка AP является точкой пересечения высот треугольника AED .
7. В некоторой компании ни у каких двух сотрудников нет работы одинаковой сложности, и никакие двое не получают одинаковую зарплату. 1 апреля каждый сотрудник сделал два утверждения:
 - (а) Не найдется 12 сотрудников с более сложной работой.
 - (б) По меньшей мере 30 сотрудников имеют большую зарплату.Сколько сотрудников в компании, если часть сотрудников дважды сказали правду, а остальные дважды солгали?
8. В классе 14 девочек. Каждая из них узнала, скольких девочек в классе зовут также как ее, и у скольких такая же фамилия, и выписала два числа на доску. Оказалось, что среди чисел на доске встречаются все числа от 0 до 6. Докажите, что найдутся две девочки в классе, у которых совпадают и имя, и фамилия.