

Олимпиада им. Дж. Кл. Максвелла

7 класс, заключительный этап, 2023/24 год

ЗАДАЧА 1. Круговой маршрут. Мимо домов Вани и Маши проходит круговой велосипедный маршрут. Перед сном дети любят прокатиться на велосипедах. Ездят они строго по маршруту с постоянной, комфортной для себя скоростью и делают ровно один круг. Однажды вечером до выезда на прогулку ребята синхронизировали свои GPS-трекеры и далее измеряли кратчайшее расстояние между собой по маршруту (то есть вдоль его траектории). Вот некоторые результаты их измерений в привязке ко времени:

Время	19:00	19:20	19:40	20:00	20:20	20:40	21:00	21:20
Расстояние, км	3,0	5,0	9,0	11,5	10,5	9,5	8,5	5,5

Используя эти данные, ответьте на вопросы:

1. Каково минимальное расстояние по маршруту между домами Вани и Маши?
2. С какими скоростями двигались дети?
3. Считая, что первой на прогулку вышла Маша, определите, в какое время это произошло?
4. Какова протяжённость велосипедного маршрута?

(1) 3 км; (2) Маша — 12 км/ч, Ваня — 15 км/ч; (3) 19:10; (4) 24 км

ЗАДАЧА 2. Градусы плотности. В 1768 году французский химик Антуан Боме разработал современную конструкцию ареометра. В ареометре Боме плотность жидкости измерялась в градусах. Причём изобретателю пришлось ввести две разных шкалы — для жидкостей легче и тяжелее воды. Эти шкалы и сегодня используются в некоторых областях химической и пищевой промышленности.

Для жидкостей тяжелее воды Боме определял шкалу так: нижний предел — 0°В (0 градусов Боме) соответствует плотности воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, а верхний — $N = 66^\circ\text{В}$ — плотности концентрированной серной кислоты $\rho_{\text{к}} = 1842 \text{ кг/м}^3$. При этом традиционное значение плотности ρ жидкости и её плотность в градусах Боме n связаны соотношением:

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} = \frac{A_0}{A_0 - n},$$

где A_0 — постоянный переводной коэффициент.

Однако в некоторых современных источниках даётся другое определение. В них пишут, что количество градусов Боме для тяжёлых жидкостей численно равно концентрации раствора поваренной соли по массе(*), выраженной в процентах. То есть, для перевода плотности ρ в градусы Боме предлагается посчитать процентную концентрацию соляного раствора, имеющего такую же плотность ρ .

В соответствии с этими источниками между плотностью жидкости ρ и количеством градусов Боме n также существует «несложная математическая» зависимость:

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} = \frac{A}{B - n},$$

где A и B — постоянные коэффициенты.

1. Найдите значение коэффициента A_0 для оригинального определения.
2. С учётом того, что плотность поваренной соли равна $\rho_c = 2165 \text{ кг/м}^3$, найдите значения коэффициентов A и B из современного определения.

Считайте, что объём солевого раствора равен сумме объёмов его компонентов.

3. Сделайте вывод о том, можно ли считать современное определение соответствующим оригинальному.

*Концентрацией какой-то компоненты раствора по массе называют отношение массы этой компоненты, содержащейся в растворе, к полной массе раствора. Концентрация может быть выражена в процентах (для этого отношение надо умножить на 100%).

$A_0 = 0 \quad (1) \quad A = 144,4; \quad B \approx 186; \quad (3) \quad \text{невяз}$
--

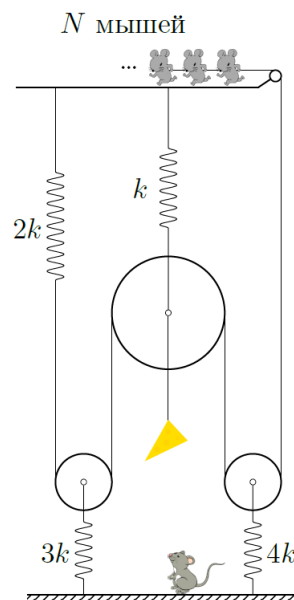
Задача 3. Охота на сыр. Мышонок Ник очень любит сыр. Однажды он нашёл спрятанный от него кусочек, который был подвешен на системе из лёгких пружин, блоков и нитей (см. рисунок). Жёсткости пружин указаны на рисунке. Мышонок прыгает высоко, но с пола допрыгнуть до сыра у него не получалось. «Вот если бы сыр висел ниже на h , то я бы смог до него допрыгнуть!» — подумал он и решил позвать на помощь других мышат. Для того чтобы медленно опустить кусочек ровно на нужную высоту, потребовалось привлечь N_1 мышат.

1. Какую длину нити им пришлось вытянуть?

Допрыгнув до сыра, Ник сумел откусить ровно половину кусочка. На следующий день, когда Ник снова проголодался, он ещё раз позвал на помощь других мышат. Однако теперь, чтобы медленно опустить оставшуюся половину на нужную высоту, пришлось увеличить количество мышат до N_2 .

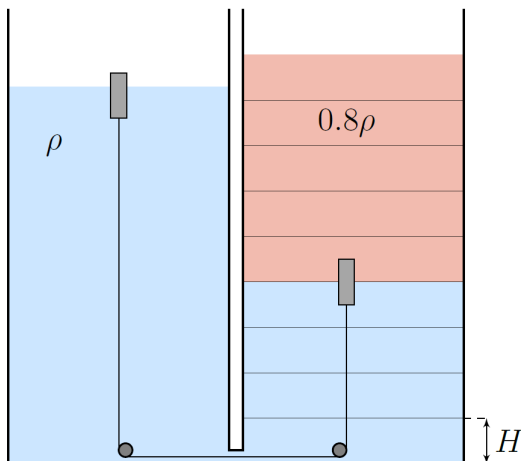
2. Предполагая известными N_1 , N_2 , k , h и g , найдите начальную массу кусочка сыра m .

При решении задачи считайте, что максимальная сила, с которой мышонок способен тянуть нить, одна и та же для каждого зверька, и она достигается именно в тот момент, когда сыр опускается на нужную высоту. Размерами кусочков сыра по сравнению с h можно пренебречь.



$\frac{6N_1}{41h}; \quad (2) \quad \frac{2kh(N_2 - N_1)}{41h}; \quad (1)$

ЗАДАЧА 4. **В одной связке.** В сообщающиеся сосуды одинакового поперечного сечения налиты две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ и $0,8\rho$, как показано на рисунке. Правый сосуд имеет шкалу с ценой деления H . В сосудах в состоянии равновесия находятся два одинаковых цилиндра, соединённые друг с другом лёгкой нерастяжимой тонкой нитью, пропущенной через два неподвижных гладких блока. Площадь поперечного сечения цилиндров много меньше площади поперечного сечения сосудов. Высота каждого цилиндра равна H . Правый цилиндр наполовину погружён в жидкость плотностью $0,8\rho$.



1. Чему равна высота столба жидкости в левом сосуде?
2. Какая часть объёма левого цилиндра погружена в жидкость?

В левый сосуд доливают жидкость плотностью ρ так, чтобы поверхность этой жидкости совпадала с верхним основанием левого цилиндра.

3. Определите в долях H на сколько после этого сместится верхняя граница жидкости плотностью $0,8\rho$ в правом сосуде?

Жидкости из сосудов не выливаются. Атмосферным давлением можно пренебречь.

$H \cdot 0,9; 3) 0,3 \cdot H$
