Олимпиада им. Дж. К. Максвелла

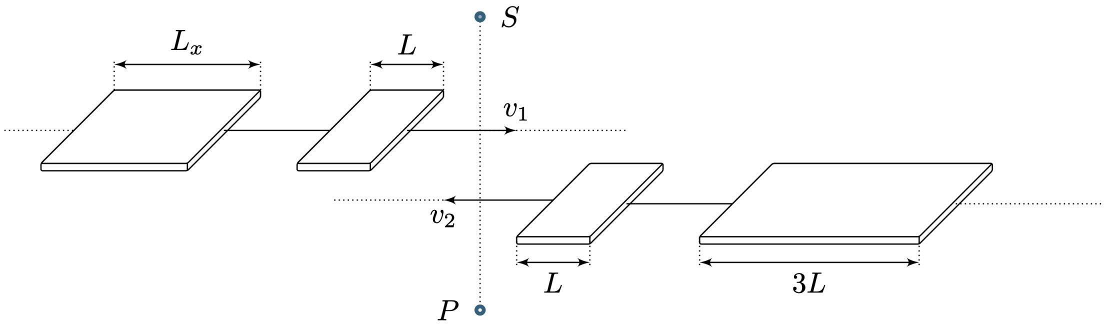
7 класс, заключительный этап, 2021/22 год

Задача 1. **Связанные препятствия.** Между источником сигнала S и приёмником P перпендикулярно прямой, соединяющей их, движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями две пары связанных тонкой нитью пластин. Если сигнал по пути от источника к приёмнику проходит через одну из пластин, приёмник зажигает на дисплее жёлтую лампочку, если через обе — красную. В момент прохождения пластин мимо источника сначала на $t_1 = 1$ с на дисплее зажглась красная лампочка, затем $t_2 = 2$ с горела жёлтая, а потом в течение $t_3 = 6$ с — опять красная. Ни до, ни после этого лампочки не загорались. Известно, что первые пластины и справа и слева имеют длину $L = 30$ см, вторая пластина справа — длину $3L$. Считайте, что сигнал от источника к приёмнику передаётся мгновенно.

1. Определите длину L_x второй пластины слева, а также длины соединяющих пластины нитей (l_1 — левой и l_2 — правой).

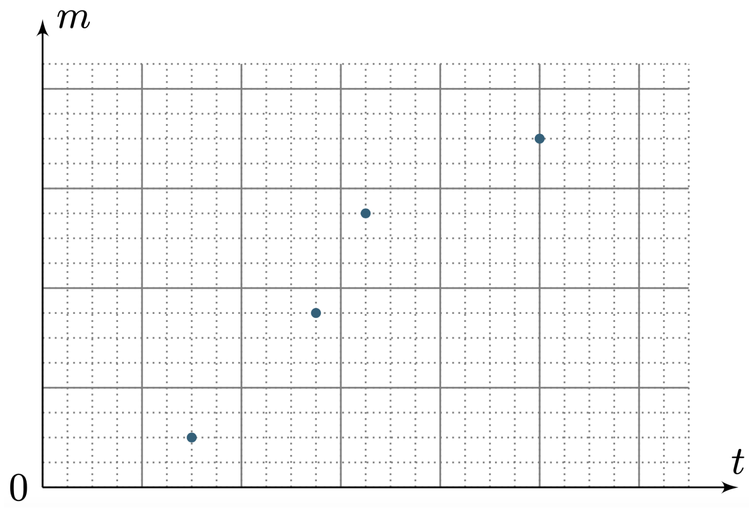
2. Найдите скорости движения левых (v_1) и правых (v_2) пластин.

Обратите внимание! На рисунке приведено схематичное изображение, которое может не соответствовать пропорциям из условия.



1) $L_x = 7L = 210$ см, $l_1 = L = 30$ см, $l_2 = L/2 = 15$ см; 2) $v_1 = \frac{L}{t_1} = 30$ см/с, $v_2 = \frac{3L}{t_3} = 15$ см/с

Задача 2. **Секретный продукт.** При производстве суперсекретного продукта в заводских условиях в тару за- ливают три различных ингредиента: сначала «красный», затем «зелёный» и, наконец, «синий» (настоящие названия засекречены). Все ингредиенты заливаются с одинаковым постоянным объёмным расходом. Сотрудники предприятия построили график зависимости массы продукта от времени в процессе производства. Но в целях соблюдения секретности график был стёрт сотрудниками службы безопасности вместе с единицами измерений по осям. В то же время на нём всё ещё можно увидеть 4 точки, одна из которых соответствует моменту полной готовности продукта. Из сведений, полученных по различным каналам, также известно, что плотности каких-то двух ингредиентов равны ρ и 2ρ.

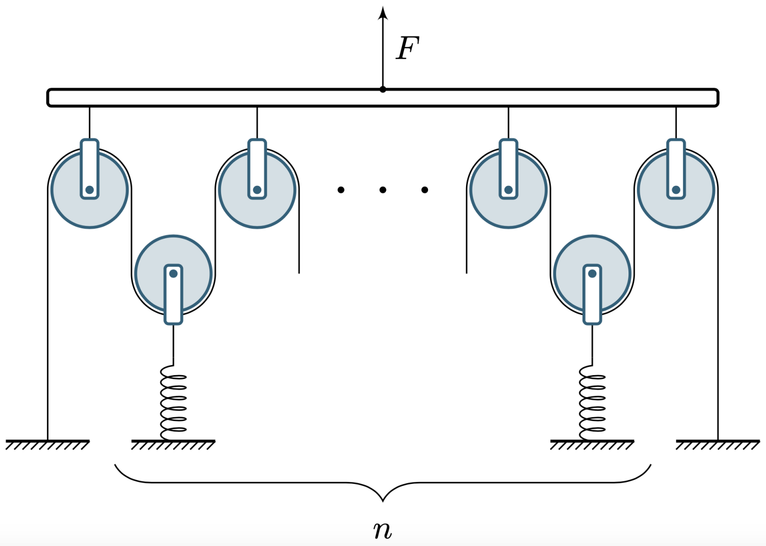


1. Определите плотности «красного», «зелёного» и «синего» ингредиентов.
2. Восстановите утраченный график.
3. Найдите плотность готового продукта.
4. Какую долю от общего объёма составляют объёмы каждого из ингредиентов?

Примечание: объёмным расходом называется величина $\mu = \frac{\Delta V}{\Delta t}$, где ΔV — объём ингредиента, заливаемого в тару за время Δt.

1) $\rho_к = 2\rho$, $\rho_с = \rho$, $\rho_з = 12\rho$; 2) см. рис.; 3) $\rho_{гп} = 4{,}2\rho$; 4) $\frac{V_к}{V} = \frac{9}{20}$, $\frac{V_з}{V} = \frac{1}{4}$, $\frac{V_с}{V} = \frac{3}{10}$

Задача 3. **Неодинаковые пружины.** Длинную лёгкую пружину жёсткостью k разрезали на n частей (не обязательно одинаковых). Из получившихся пружин, лёгких нерастяжимых нитей, лёгких гладких блоков и лёгкой планки собрали конструкцию, изображённую на рисунке.



1. Найдите силу натяжения нити T, перекинутой через блоки, если к планке приложена сила F.

2. Определите, в каком диапазоне может меняться значение эффективной жёсткости $k_{\text{экв}}$ полученной конструкции на растяжение при заданном n.

При движении планка не вращается.

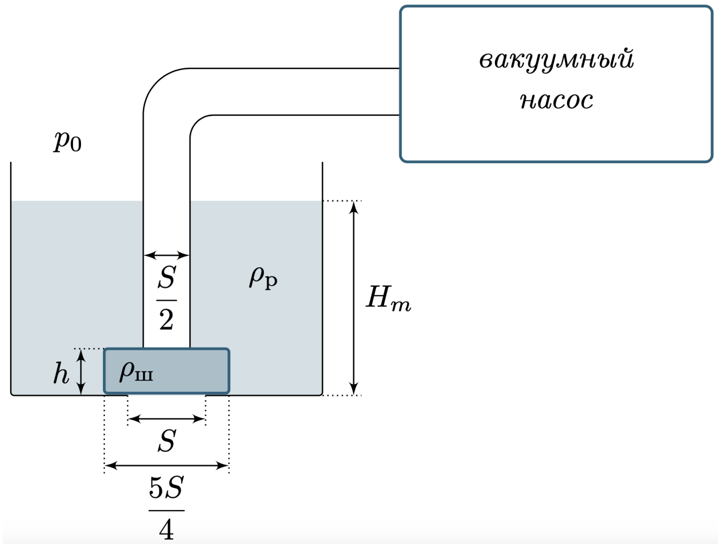
Примечание: эффективной жёсткостью называется величина $k_{\text{экв}} = \frac{F}{\Delta x}$, где F — сила, приложенная к планке, Δx — смещение планки относительного начального положения.

$\boxed{1)\ T = \frac{F}{2(n+1)};\ 2)\ k_{\text{экв}} = (n+1)^2 k}$

Задача 4. **Пневматическая заглушка.** Отверстие площадью S в дне стакана плотно закрыто цилиндрической шайбой (см. рис.). Площадь шайбы $5S/4$, толщина h, плотность $\rho_{\text{ш}}$. В месте соприкосновения шайбы с дном воздух под неё не проникает. Сверху к шайбе прикреплён тонкостенный легкий шланг с площадью сечения $S/2$, соединённый с вакуумным насосом. Атмосферное давление p_0.

1. При какой максимальной толщине шайбы она сможет оторваться от дна стакана при полном удалении воздуха из шланга?

В стакан с закрытым отверстием наливают ртуть плотностью $\rho_{\text{р}}$. Обозначим H_m максимальный уровень ртути, при котором её ещё можно слить из сосуда, полностью откачав воздух из шланга.



2. Нарисуйте качественный график зависимости H_n от h, обозначив на нём характерные значения физических величин.

$\boxed{1)\ h < \frac{p_0}{5\rho_{\text{ш}} g}}$