

Московский физико-технический институт

Письменный экзамен по математике, 2008 год, вариант 4

1. Решить уравнение

$$\log_{\left(x+\frac{1}{3}\right)} \sqrt[3]{x^3 + \frac{1}{3}} + \log_{\left(x^3+\frac{1}{3}\right)} \left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}.$$

$$\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{9}{1}} = 3x \quad ; \quad 1 = 3x \quad ; \quad 0 = 1x$$

2. Решить неравенство

$$\sqrt{\frac{8 - \frac{x}{9}}{2 - \frac{x}{4}}} \leq x - 2.$$

$$2L \leq x \leq \frac{x}{02} \geq x \geq \frac{x}{91}$$

3. Решить уравнение

$$\frac{\operatorname{tg} x}{2} + \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin 3x} - \frac{\operatorname{ctg} x}{2}.$$

$$\mathbb{Z} \ni m \quad ; \quad \mathbb{Z} \ni n \quad ; \quad m \neq n \quad ; \quad \frac{L}{2x} = x$$

4. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны a и b соответственно, угол BCD равен α . Окружность, проходящая через точки B , C и D , касается прямой AB . Найти радиус этой окружности.

$$\frac{\cos z}{\sin z}$$

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2 + y^2 + 12y + 36} = 10, \\ 5x^2 - 8y^2 = 8. \end{cases}$$

$$(8 - 17)$$

6. Грани ABC и ABD пирамиды $ABCD$ ортогональны и являются равными равнобедренными треугольниками с общим основанием AB . Известно, что $AB = 1$, $CD = 2$. Найти угол между прямыми AC и BD , расстояние между прямыми AC и BD и радиус сферы, описанной вокруг пирамиды $ABCD$.

$$\frac{8}{99} \quad (8 : \frac{5}{2}) \quad (2 : \frac{6}{1}) \quad \cos \alpha (1)$$