

Московский физико-технический институт

Письменный экзамен по математике, 1998 год, вариант 1

1. Решить уравнение

$$\frac{\sin 3x}{|\sin x|} + \frac{3 \sin x}{\sin 3x} = -2.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, \text{ где } u + \frac{x}{2} = x$$

2. Решить неравенство

$$\sqrt{2x^2 - 7x - 4} > -x - \frac{1}{4}.$$

$$\sqrt{2x^2 - 7x - 4} > -x - \frac{1}{4}$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена медиана CD . Найти расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ACD и BCD , если $BC = 4$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен $\frac{5}{2}$.

$$\frac{11}{13}$$

4. Фигура M на плоскости (x, y) ограничена графиками функций $y = 3e^{ax}$ и $y = 7 - 2e^{-ax}$ и имеет единственную общую точку с прямой $y = 9x + 3$. Найти a и площадь фигуры M .

$$3, \frac{3}{10}$$

5. Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 6, а высота равна $\frac{3}{\sqrt{7}}$. На ребрах AC , A_1C_1 и BB_1 расположены соответственно точки P , F и K так, что $AP = 1$, $A_1F = 3$ и $BK = KB_1$. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки P , F и K . Найти площадь сечения и угол между плоскостью основания призмы и плоскостью сечения.

$$\frac{6}{x}, \frac{4}{3}$$

6. Найти все пары целых чисел x, y , при которых является верным равенство

$$x^3 - 6x^2 - xy + 13x + 3y + 7 = 0.$$

$$(4; 27), (2; -17), (22; 423), (-16; 307)$$