

## Олимпиада «Ломоносов» по математике

7–8 классы, 2025 год

1. Аля и Валя испекли пирог прямоугольной формы со сторонами 20 и 15 см и решили сыграть в такую игру. Каждая из них по очереди делает не более двух параллельных разрезов и съедает один из имеющихся кусков. При этом куски перекладывать нельзя. За один ход обязательно нужно съесть кусок, но не более  $1/10$  пирога. Запрещено резать пирог так, чтобы получались куски меньше  $1/100$  пирога. Побеждает тот, кто доел пирог. Кто выигрывает при правильной игре, если начинает Аля? Какая стратегия выигрышная?

147

2. Назовём натуральное число счастливым, если все его цифры можно разбить на две группы, сумма цифр в каждой из которых одинакова. Примеры: 38221 ( $3 + 2 + 2 + 1 = 8$ ), 5678 ( $5 + 8 = 6 + 7$ ). Назовем число суперсчастливым, если оно счастливое и следующее за ним целое число тоже счастливое. Найдите наименьшее суперсчастливое число.

679

3. Найдите последнюю цифру числа

$$8^{2025^{2025}}.$$

Примечание. Порядок возведения в степень следующий: например,  $4^{3^2} = 4^9 = 262144$ .

8

4. Газонная поливалка равномерно разбрызгивает вокруг себя воду в круге радиуса 2 м. На границе этого круга расположена другая такая же поливалка. А ровно посередине между двумя поливалками стоит коза. Там, куда попадает вода из одной поливалки, равномерно растёт трава, а там, куда попадает вода из двух поливалок сразу, трава растёт равномерно и вдвое гуще. Там, куда вода из поливалок не попадает, трава не растёт вообще. Коза может идти строго по прямой и есть траву на своём пути. В каком направлении козе нужно пойти, чтобы съесть как можно больше травы, ни разу не поворачивая, и какой длины будет её путь?

13

5. У Паши есть игральный кубик со стандартной расстановкой точек (при ней сумма очков на противоположных гранях равна 7), только вместо точек на кубике сидят жуки. Кубик подбросили, жуки засуетились и каждый переползает на одну из четырёх соседних граней. Какое наибольшее число жуков может оказаться на одной грани?

14

6. В классе, состоящем из 20 учащихся, учитель раздал каждому свой сборник, содержащий ровно 100 задач. Каждый учащийся решил из этого сборника не менее  $n$  задач, а Петя — больше, чем Вася. Для какого наименьшего значения  $n$  при этом условии обязательно найдётся задача, которую решило не менее половины класса?

45

7. Сколько есть способов сложить пальцы рук, если между двух пальцев одной руки помещается не больше двух пальцев другой? *Примечание.* Например, если обозначать П — пальцы правой руки, и л — пальцы левой, то:

- Расстановки ППППллллл, лПлПлПлПлП, ППлПллллл разрешены.
- Расстановки ПллллППП, ллПлПППлл запрещены.
- Симметричные расстановки (например, ППППллллл и лллллПППП) считаются различными.