

Олимпиада «Ломоносов» по математике**9 класс, 2023 год**

1. В бескрайних калмыцких степях мама отправила маленькую дочку навестить бабушку. У девочки не было ни навигатора, ни компаса, а только часы, которыми она еще не умела пользоваться, но у которых был ежечасный звуковой сигнал. Зная обычную скорость их любимого верблюда, мама рассчитала маршрут для дочки. Отправляя ее в путь при звуковом сигнале часов в направлении, соответствующем положению солнца в этот момент, велела через час (по очередному сигналу часов) изменить направление движения в соответствии с новым положением солнца. Так в конце концов девочка и доехала бы до бабушки. Но, когда пришло время менять направление, девочка заметила далеко впереди юрту своей подружки, она продолжила движение, не меняя направления, доехала до подружки и проговорила с ней 21 минуту, пока не прозвучал следующий сигнал часов. Тогда она вспомнила наставление матери и продолжила путь в направлении, соответствующем новому положению солнца. Как ни странно, до бабушки она доехала. Сколько всего времени (в минутах) она на это потратила?

151

2. Найдите площадь плоской фигуры, границы которой описываются уравнением

$$\left| |y| + ||x| - 4| - 4 \right| = 1.$$

79

3. Для укладки пола в квадратной комнате купили одинаковые квадратные плитки. 15 плиток оказались разбитыми. Оставшимися плитками выложили пол в другой комнате прямоугольной формы, в длину которой укладывается на 11 плиток больше, чем в ширину. Сколько плиток было куплено?

225

4. На подвешенном в воздухе кубике Рубика, на центральном квадратике одной из его граней, сидит жучок. В какой-то момент он начинает движение по поверхности куба, передвигаясь за каждую секунду на соседний квадратик, т. е. на квадратик, имеющий общую сторону с текущим. Соседний квадратик для первого перемещения был выбран произвольно, а затем жучок следовал таким правилам:

1. При 2-м, 4-м и других четных перемещениях жучок не менял направления своего движения, т. е. покидал квадратик через сторону, противоположную той, через которую он на этот квадратик попал.
2. При 3-м, 5-м и других нечетных перемещениях жучок поворачивал направо (относительно своего движения).

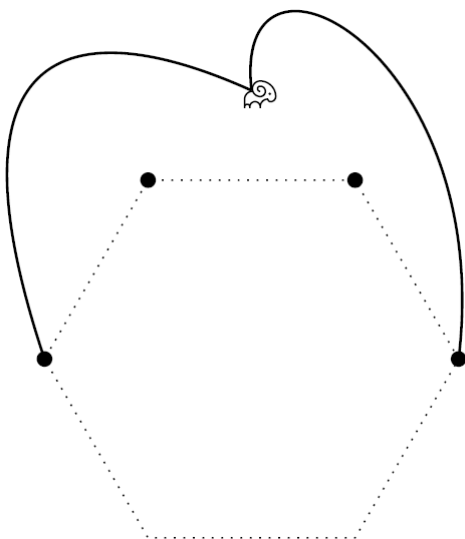
Завершил жучок свое движение через 2023 с после его начала. Через сколько секунд после начала движения жучок впервые оказался на том квадратике, на котором он в конце остановился?

2

5. Пловец решил переплыть реку. Сначала он взял направление перпендикулярно течению — и течение снесло его на 12 метров. Оттуда он решил вернуться туда, откуда начал — он взял направление на точку, из которой началось плавание, и теперь течение снесло его на 20 метров от желаемой точки. Найдите ширину реки.

6

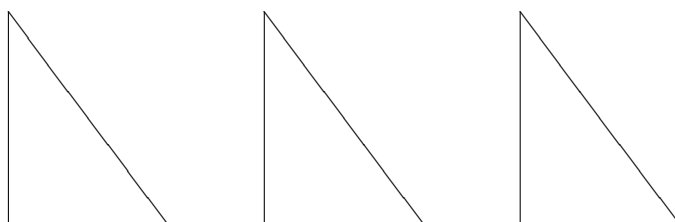
6. Баран на пастбище привязан сразу к двум деревьям, верёвками по 5 метров длиной. На пастбище есть ещё два дерева. Вместе эти деревья образуют 4 соседние вершины правильного шестиугольника со стороной в 2 метра (см. рисунок)



Насколько близко он сможет подойти к дереву, к которому привязан?

$2\sqrt{3} - 3$

7. На плоскости есть три одинаковых прямоугольных треугольника со сторонами 3, 4, 5 (см. рис.). Они одинаково ориентированы, их можно двигать и вращать, но нельзя накладывать друг на друга (касаться сторонами можно) и нельзя класть обратной стороной вверх (то есть, как бы вы ни двигали треугольник, стороны 3 - 4 - 5 будут расположены по ходу часовой стрелки).



Посчитайте, сколько различных «жестких» фигур можно собрать, используя все эти треугольники. Фигура считается «жесткой», если у каждого её треугольника есть с каким-нибудь другим треугольником общая вершина и общий граничный отрезок с концом в этой вершине (не обязательно целая сторона).

82