

Олимпиада «Ломоносов» по математике

11 класс, 2020 год

1. Найдите сумму цифр числа A , если $A = 2^{63} \cdot 4^{25} \cdot 5^{106} - 2^{22} \cdot 4^{44} \cdot 5^{105} - 1$.

696

2. Каждый киндер-сюрприз содержит ровно 3 различных гномика, а всего есть 12 разновидностей гномиков. В коробке лежит достаточно много киндер-сюрпризов, причем в любых двух из них тройки гномиков не одинаковы. Какое наименьшее количество киндер-сюрпризов нужно купить, чтобы после их вскрытия в них заведомо оказалось хотя бы по одному гномику всех 12 разновидностей?

991

3. Решите неравенство $\operatorname{tg} \arccos x \leq \sin \operatorname{arctg} x$.

$\left[1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \cup \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. Точки A и B лежат на окружности с центром O и радиусом 6, а точка C равноудалена от точек A , B и O . Другая окружность с центром Q и радиусом 8 описана около треугольника ACO . Найдите BQ .

01

5. Найдите все значения a , для каждого из которых при любом x наибольшее из двух чисел $x^3 + 3x + a - 9$ и $a + 2^{5-x} - 3^{x-1}$ положительно.

$9 < a < 9$

6. Автомобили Нива и Тойота едут по кольцевой трассе испытательного полигона, четверть которой проходит по грунтовой дороге, а оставшаяся часть — по асфальтовой. Скорость Нивы на грунтовой дороге равна 80 км/ч, а на асфальтовой — 90 км/ч. Скорость Тойоты на грунтовой дороге равна 40 км/ч, а на асфальтовой — 120 км/ч. Автомобили одновременно стартуют в начале грунтовой части трассы и сначала едут по этой грунтовой части. На каком по счёту круге один из автомобилей впервые обгонит другой?

Нива на своём 11-м круге обгонит Тойоту на её 10-м круге

7. Куб с ребром $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ освещается цилиндрическим лучом света радиуса $\rho = \sqrt{2}$, направленным вдоль главной диагонали куба. Найдите площадь освещённой части поверхности куба.

$(\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{2}$

8. Известно, что m, n, k — различные натуральные числа, большие 1, число $\log_m n$ рационально, и, кроме того,

$$k\sqrt{\log_m n} = m\sqrt{\log_n k}.$$

Найдите минимальное из возможных значений суммы $k + 5m + n$.

278