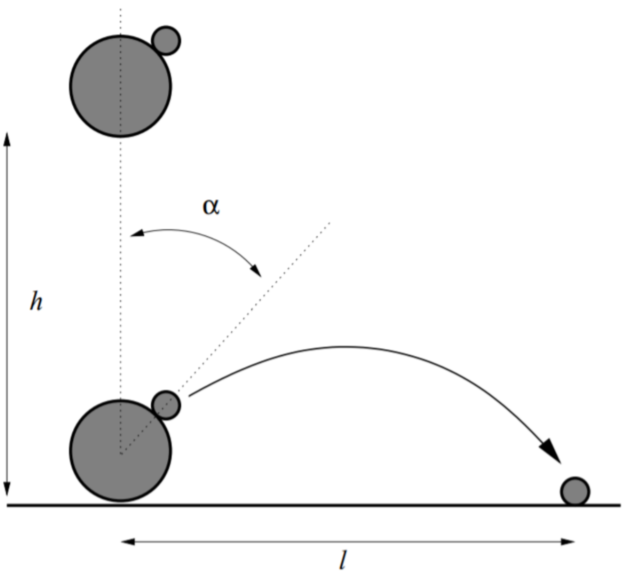
Олимпиада «Курчатов» по физике

10 класс, 2020 год

1. Шар для боулинга и мяч для гольфа сбрасывают вместе на плоскую поверхность с высоты h. Мяч для боулинга намного массивнее мяча для гольфа, и радиусы обоих шаров много меньше h. Шар для боулинга сталкивается с поверхностью и сразу после этого с мячом для гольфа: шары сбрасывают так, что все движения перед вторым столкновением являются вертикальными, и мяч для гольфа ударяется о шар для боулинга под углом α от его верхней точки, как показано на рисунке. Все столкновения являются абсолютно упругими, нет трения между шаром для боулинга и мячом для гольфа. После столкновения мяч для гольфа движется при отсутствии сопротивления воздуха и приземляется на расстояние l. Высота $h = 1$ м фиксирована, но α может меняться. Каково максимально возможное значение l и под каким углом α оно достигается?



$\boxed{l \approx 14{,}1 \text{ м}, \alpha \approx 27^\circ}$

2. Схема содержит n элементов с ЭДС $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и внутренними сопротивлениями $r_1, \ldots, r_n$, как показано на рисунке 1. Элементы с $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и $r_1, \ldots, r_n$ заменяют на один элемент с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r, как показано на рисунке 2, при этом падение напряжения на внешнем резисторе не меняется для любого значения сопротивления R. Найдите зависимость $\mathscr{E}$ и r от $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и $r_1, \ldots, r_n$.

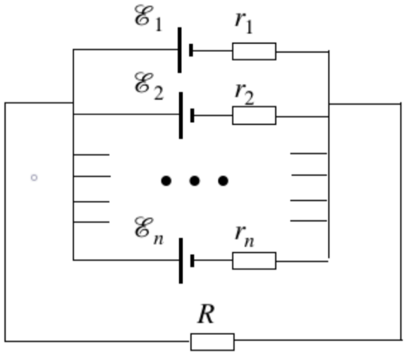


Рис. 1

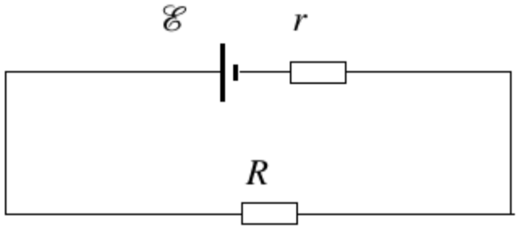


Рис. 2

$$\mathscr{E} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathscr{E}_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}}; \; r = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}}$$

3. Горизонтальный цилиндр разделён пополам теплопроводящим поршнем. В одной половине находится гелий, в другой азот N_2. Отношение k числа молей гелия к числу молей азота равно 3. Сначала поршень закреплён, и газы медленно обмениваются теплом. В момент, когда давления газов (но не их температуры) становятся одинаковыми и равными $P_0 = 0{,}35$ МПа , поршень отпускают. Найдите давление P газов в конечном состоянии механического и теплового равновесия. Стенки цилиндра не проводят тепло, поршень движется без трения.

$$P = \frac{4P_0(k+1)}{3k+5} = 0{,}4 \text{ МПа}$$

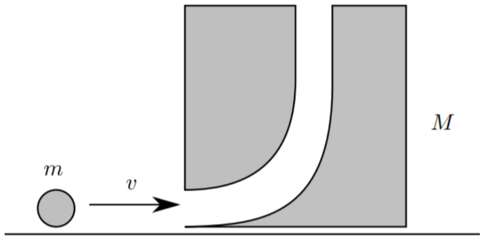
4. Влажный воздух адиабатически поднимается от поверхности моря вверх. Давление у поверхности моря равно $P_1 = 100$ кПа, температура воздуха — 298 К. На высоте, на которой давление становится равным $P_2 = 85$ кПа, начинают образовываться облака и начинает идти дождь. 1 кг влажного воздуха теряет $\Delta m = 2{,}5$ г воды в виде дождя по достижению высоты, давление на которой равно $P_3 = 70$ кПа. Удельную теплоту испарения воды принять равной $\lambda = 2500$ кДж/кг, считать, что на всем диапазоне высот плотность воздуха меняется линейно. Пренебречь влиянием паров воды на плотность воздуха, воздух считать идеальным двухатомным газом с плотностью $\rho_1 = 1{,}189$ кг/м^3. Найти:

1. Температуру воздуха на высоте, где начинают появляться облака.
2. Найти высоту, на которой начинают появляться облака.
3. Найти температуру на высоте, где давление равно 70 кПа.

Примечание: Для адиабатического процесса верно $PV^\gamma = \text{const}$, где P — давление, V — объем, γ — показатель адиабаты. Для воздуха можно принять $\gamma = \frac{7}{5}$, теплоёмкость при постоянном объёме $C_V = 5R/2$, где $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К) — универсальная газовая постоянная.

$$1)\; T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}};\; 2)\; h = 2\frac{P_1 - P_2}{g(\rho_1+\rho_2)};\; 3)\; T = T_1 \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} + \frac{\lambda \Delta m}{C_P}$$

5. В кубе массы M просверлено отверстие так, что шар массы m может войти горизонтально, а затем пройти через куб и вылететь вертикально вверх. Шар и куб расположены на поверхности без трения, куб изначально находится в покое. Рассмотрим ситуацию, в котором шар движется горизонтально со скоростью v_0. Шар попадает в куб и выбрасывается из верхней части куба. Предположим, что нет потерь на трение, когда шар проходит через куб, где он входит в верхнее отверстие, а затем выбрасывается из бокового отверстия. Определите время возврата шарика в положение, в котором происходит первоначальное столкновение, в терминах отношения масс $\beta = \frac{M}{m} > 0$, скорости v_0 и ускорения свободного падения g.



$$\boxed{t = \frac{2v_0}{g}\sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)}$$