

Олимпиада «Курчатов» по математике

10 класс, 2020 год

1. Найдите такие два числа a и b , что b получается из a перестановкой цифр, причём $a - b$ состоит только из цифр 1.
2. В таблице 3×3 расставили натуральные числа (не обязательно различные) так, что суммы во всех строках и столбцах получились различными. Какое минимальное значение может принимать сумма чисел в таблице?
3. В вершинах правильного 2019-угольника расставили числа так, что сумма чисел в любых девяти подряд идущих вершинах равна 300. Известно, что в 19-й вершине стоит число 19, а в 20-й — число 20. Какое число стоит в 2019-й вершине?
4. У Поликарпа есть 2 коробки, в первой из которых лежит n монет, а вторая пустая. За один ход он может либо переложить одну монету из первой коробки во вторую, либо убрать из первой коробки ровно k монет, где k — количество монет во второй коробке. При каких n Поликарп может сделать первую коробку пустой не более чем за 10 ходов?
5. Точка H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Точка G такова, что четырёхугольник $ABGH$ — параллелограмм. Пусть I — такая точка на прямой GH , что AC делит HI пополам. Прямая AC пересекает описанную окружность треугольника GCI в точках C и J . Докажите, что $IJ = AH$.