

# Олимпиада КФУ по математике

10 класс, 2025 год

1. В корзине лежат яблоки и мандарины, причём яблоки составляют менее 92% всех фруктов. Любочка добавляет в корзину фрукты по одному, так что в какой-то момент доля яблок становится больше 92%. Обязательно ли был момент, когда доля яблок была в точности равна 92%?

Нет

2. Дан ребус:

$$\text{КАР} + \text{КАР} + \dots + \text{КАР} = \text{РРРРР}$$

(одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). При каком наименьшем числе слагаемых он имеет решение?

11

3. Вовочке задали на дом квадратное уравнение. «Учитель сказал, что оно имеет два целых корня, а у меня получается, что корней нет» — пожаловался он. Его папа-математик, посмотрев на уравнение, сказал: «Ты, наверное, неправильно списал с доски один из коэффициентов. Если это так, то я знаю правильный вариант задания, причём он единственный». Докажите, что, если папа прав, то свободный член уравнения Вовочка записал верно.

4. Задан выпуклый четырехугольник, в нём проведены биссектрисы всех четырёх углов. Может ли оказаться, что каждую из сторон (в её внутренней точке) пересекает хотя бы одна из биссектрис?

Нет

5. На ферме по выращиванию жемчуга проводится акция: посетителю разрешают вскрыть несколько раковин, до тех пор, пока он не найдёт 2 жемчужины. В каждой раковине может быть не более одной жемчужины, причём вероятность, что она там будет, равна  $\frac{1}{3}$ . Аделаида Ивановна участвует в акции. Какова вероятность того, что она вскрыет:

а) ровно 4 раковины;

б) не менее 4 раковин?

а)  $\frac{27}{80}$ ; б)  $\frac{27}{4}$  (в)