

# Олимпиада КФУ по математике

8 класс, 2024 год

1. Можно ли расставить числа от 1 до 64 (каждое — по одному разу) в квадратную таблицу  $8 \times 8$  так, чтобы сумма чисел в любой фигурке вида



была нечётной? Фигура может быть повернута и перевернута. *Не забудьте объяснить свой ответ.*

17

2. Двухзначное число поделили на его сумму цифр. Результат оказался больше 2,6 и меньше 2,7. Найдите все такие двухзначные числа. Не забудьте объяснить свой ответ.

62 оячлор

3. На стороне  $AB$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $K$ . На прямой, проходящей через  $K$  параллельно стороне  $AC$ , нашлась точка  $N$  такая, что  $BN = CK$ , причем точки  $C$  и  $N$  лежат по разные стороны от прямой  $AB$ . Докажите, что  $AK = KN$ .

4. Несколько восьмиклассников сыграли 30 партий в настольный теннис (в каждой партии участвуют двое, ничьих не бывает). У них был только один стол, поэтому они установили такие правила: тот, кто выиграл очередную партию, пропускал не более трех следующих партий (возможно, вообще ни одной), а тот, кто проиграл, — более трёх следующих партий. Какое наименьшее число игроков могло быть в этой компании? Необходимо не только объяснить, почему меньшее число невозможно, но и показать, как они могли осуществить задуманное.

9

5. Действительные числа  $a$  и  $b$  (необязательно положительные) таковы, что

$$ab + \sqrt{ab + 1} + \sqrt{a^2 + b}\sqrt{a + b^2} = 0.$$

Чему может равняться значение выражения

$$b\sqrt{a^2 + b} + a\sqrt{b^2 + a}?$$

Укажите все ответы и объясните, почему других нет.

1