

Олимпиада КФУ по математике

11 класс, 2024 год

1. Найти трехзначное число, которое в 9-ричной системе счисления записывается теми же цифрами, но в обратном порядке.

447

2. Точки A, B, C лежат в вершинах клеток клетчатой бумаги. Может ли угол ABC оказаться равным 30° ?

нет

3. Выписаны 100 положительных чисел, сумма которых равна S , а сумма квадратов больше, чем P . Доказать, что среди этих чисел есть число, большее, чем P/S .

4. Коническое (пожарное) ведро было заполнено водой до самого края. В него положили шар, причем он полностью покрывался водой. Покажите, что при этом из ведра вылилось не более половины бывшей там воды.



5.

а) Существует ли функция $f(x)$, заданная на всей числовой оси такая, что

$$f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2?$$

б) Существует ли такая функция, заданная для $x > 0$.

нет (а) ; нет (б)