

## Олимпиада КФУ по математике

10 класс, 2022 год

1. Квадратный трёхчлен  $x^2 + px + q$  принимает целые кратные  $m$  значения при любых целых числах  $x$ . Найдите все такие натуральные  $m > 1$ .
2. Найдите все различные натуральные числа  $x$  и  $y$ , для которых справедливо равенство  $x! + y = y! + x$ .
3. Последовательность целых чисел такова, что  $x_0 = 0$  и  $|x_n| = |x_{n-1} + 1|$  для всех натуральных  $n$  от 1 до 100. Какое наименьшее положительное значение может принимать выражение  $|x_1 + x_2 + \dots + x_{99}|$ ?
4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  взяли точку  $D$ ,  $H$  — точка пересечения высот. Прямая, проходящая через  $H$  перпендикулярно отрезку  $DH$ , пересекает его стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ , причём  $EH = HF$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .