

## Открытая олимпиада школьников по математике

5–7 классы, 2025 год

1. На конкурсе шесть судей выставляют свои оценки (целые неотрицательные числа), затем самая большая и самая маленькая оценки отбрасываются, и итоговая оценка участника является суммой оставшихся четырёх оценок. Если самых больших оценок несколько, отбрасывается только одна из них, аналогичное верно и для самой маленькой оценки. Участник получил от шести судей в сумме 60 баллов. Какое наибольшее число баллов у него могло оказаться после отбрасывания самой большой и самой маленькой оценки?

87

2. В филиале корпорации работали начальник и 9 подчинённых. Зарплата начальника была вдвое больше средней зарплаты подчинённых. При очередном повышении зарплаты начальник филиала отчитался о повышении средней зарплаты по филиалу на 20%, при этом средняя зарплата подчинённых выросла только на 10%. На сколько процентов выросла зарплата начальника?

на 65%

3. В прямоугольнике  $ABCD$  выполняются равенства  $AB = CD = 4$ ,  $AD = BC = 5$ . Точка  $K$  на отрезке  $AD$  такова, что  $AK = 1$ . Точка  $L$  на отрезке  $CD$  такова, что  $DL = 1$ . Пользуясь тем, что сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , найдите  $\angle KBL$ .

45°

4. У Алисы и Боба есть прут длиной один метр. С помощью этого прута они играют в игру, первой ходит Алиса. В свой ход игрок может сломать одну из имеющихся палочек на две части меньшего размера. Игра заканчивается, когда остаётся ровно 125 палочек. Алиса хочет, чтобы из каких-то трёх палочек в конце игры можно было составить треугольник, Боб хочет ей помешать. Кто выиграет при правильной игре?

Алиса

5. Клетчатая доска  $9 \times 9$  раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На ней стоят *чёрные ладьи* — фигуры, которые бьют по горизонтали и вертикали, но только поля того цвета, на котором находятся. Чёрная ладья может бить поля своего цвета сквозь другую чёрную ладью, находящуюся на поле другого цвета. Какое наибольшее количество чёрных ладей можно расставить на такой доске так, чтобы они не били друг друга?

17

6. Найдите наибольшее натуральное число, для которого сумма остатка и неполного частного при делении на 19 не больше, чем сумма остатка и неполного частного при делении на 20.

6589

7. На Острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (есть и те, и другие). У каждого из них ровно четыре друга. Однажды каждый сказал: «Среди моих друзей ровно два рыцаря». Какое наименьшее и наибольшее количество рыцарей может быть на острове, если там живут всего 32 человека?

Наименьшее число лжецов, наибольшее

8. Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $ab + bc + ac = p$  — простое и  $b^2 + c^2$  делится на  $p$ . Найдите все возможные значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $p$ .

$a = b = c = p$  или  $a = b = c = p$